

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
FACULTAD DE CIENCIAS MATEMATICAS

CONSEJO SUPERIOR
DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

INSTITUTO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA

(Centro mixto C.S.I.C. - U.C.M.). MADRID

Publicación núm. 150

REDES GEODESICAS DE ALTA PRECISION. III CURSO DE GEODESIA SUPERIOR

por

H. HENNEBERG



PUBLICADO EN "CURSOS Y SEMINARIOS"

Núm. 2, págs. 123-196

MADRID

1986

REDES GEODESICAS DE ALTA PRECISION

H. HENNEBERG

Facultad de Ingeniería

Universidad de Zulia. Maracaibo. Venezuela.

1. REDUNDANCIAS EN DIFERENTES TIPOS DE REDES

El enfoque que voy a dar a mi exposición será algo diferente a lo que hemos visto hasta ahora a lo largo del cursillo. Las redes geodésicas que presentaré son, en general, redes geodésicas de altísima precisión, lo cual nos conduce a decir que, en principio, en el enfoque de optimización la parte económica deber ser más suprimida ya que la precisión de un sistema muchas veces no pregunta por economías. No todos los casos son así.

Un ejemplo que corrobora lo que acabo de decir es el caso del geodesta que fue llamado para efectuar el replanteo de los magnetos del ciclotrón europeo con una exactitud en cada magneto de 0,1 mm. El proyecto presentado fue rechazado por excesivamente costoso encargándose el trabajo a otro grupo que, debido a estas limitaciones económicas, tuvo que entregarlo completamente insatisfecho, de modo que, después de todo, el geodesta fue llamado de nuevo para ejecutar su proyecto. Esto es, además, un ejemplo de la alta responsabilidad de los geodestas que, normalmente, están completamente solos para tomar decisiones, no debiendo dejarse presionar pues está involucrada su reputación personal.

Generalmente, las redes geodésicas en forma aplicada tienen su apoyo en las redes clásicas de geodesia; esto es lógico,

y en los ejemplos sencillos que veremos a continuación haremos uso de esta relación de la geodesia aplicada con las redes geodésicas clásicas.

Se pueden destacar tres tipos de redes geodésicas clásicas: triangulación, trilateración y poligonal. Vamos a hacer un pequeño análisis simple de forma que podamos conocer la bondad de cada una de estas redes.

Comenzamos con la clásica triangulación tomando una base y estableciendo una cadena de la forma que muestra la figura 1 (a), donde aparecen siete puntos nuevos a determinar. En segundo lugar consideramos una red de trilateración, figura 1(b)

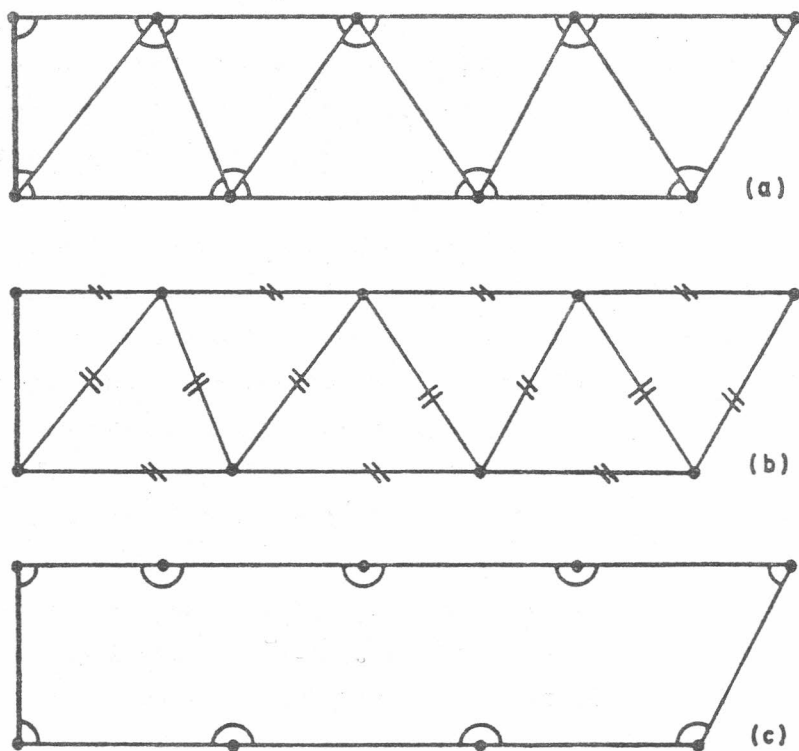


Fig. 1

donde también tenemos siete puntos nuevos a determinar; y para finalizar analizaremos la poligonal como tercera red geodésica, establecida como puede verse en la figura 1(c) de modo que así mismo tenemos siete puntos nuevos.

Dado que las tres redes tienen siete puntos nuevos, veamos ahora cual es la bondad de cada una de ellas. Lo hacemos en función de la redundancia R_i (nombre con el que designaremos las observaciones sobrantes, los elementos sobrantes o los grados de libertad) de una incógnita de la red, no de la red en sí, ya que la redundancia RR de la red no tiene ninguna expresión sobre la precisión de una red; solamente la redundancia sobre una incógnita la tiene.

En el caso de la triangulación clásica tenemos a nuestra disposición los ángulos

$$\alpha_i, i = 1, \dots, 21$$

para determinar 14 incógnitas. La redundancia de la red es en este caso

$$RR = 21 - 14 = 7$$

y la redundancia de una incógnita

$$R_i = \frac{7}{14} = 0,5.$$

En la trilateración, con igual número de incógnitas, disponemos de las distancias

$$D_i, i = 1, \dots, 14.$$

Por lo tanto la redundancia de la red es:

$$RR = 14 - 14 = 0$$

con la parte subsiguiente cero también.

Finalmente, en la poligonal, como tercera red geodésica, tenemos nueve ángulos y ocho distancias:

$$\alpha_i, \quad i = 1, \dots, 9$$

$$D_i, \quad i = 1, \dots, 8$$

lo que nos da un total de 17 ecuaciones de error

$$EE = 17$$

por lo que la redundancia de la poligonal y de cada incógnita será en este caso:

$$RR = 17 - 14 = 3$$

$$R_i = \frac{3}{14} = 0,2.$$

A través de este primer enfoque tenemos ya una clara consecuencia: la mayor precisión viene proporcionada por la triangulación y, además, desde el punto de vista de las redes geodésicas de alta precisión no se puede aplicar la trilateración. Más adelante expondremos la utilidad de esta última.

Para aumentar la redundancia por incógnita vamos a emplear algunas medidas adicionales. En la triangulación podemos utilizar los nueve ángulos exteriores como medidas independientes (figura 2.a) por lo que los ángulos aumentados serán:

$$\alpha_i, \quad i = 1, \dots, 30$$

lo que da lugar a un valor de la redundancia muy diferente:

$$RR = 30 - 14 = 16$$

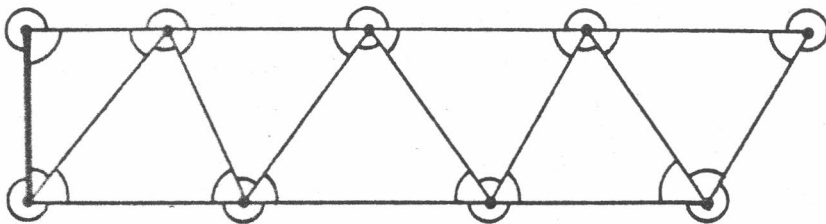
$$R_i = \frac{16}{14} = 1,14.$$

En la poligonal podemos, de igual modo, aumentar la redundancia midiendo los nueve ángulos exteriores (figura 2.b) que nos proporcionan, junto con los valores anteriores, un total de 26 ecuaciones de error. Así

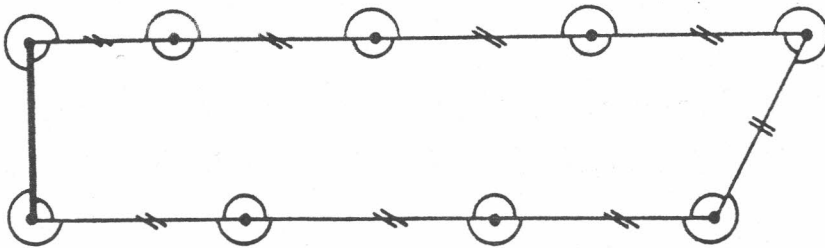
$$RR = 26 - 14 = 12$$

$$R_i = \frac{12}{14} = 0,86.$$

Con esto descubrimos algo muy importante: basta con agregar todas las observaciones posibles dentro de una red geodésica para aumentar considerablemente su bondad. En nuestro ejemplo puede observarse que, simplemente midiendo los ángulos exteriores hemos aumentado la bondad de la determinación de una coordenada a más del doble en la triangulación y casi cuatro veces en la poligonal.



(a)



(b)

Fig. 2

Sigamos modificando levemente estas redes. En primer lugar tomamos la trilateración y le aplicamos un pequeño truco que en la práctica es muy usual: medimos cada distancia en una dirección y al día siguiente en la contraria, de modo que para cada una de ellas tenemos dos mediciones completamente independien-

tes que aumentan al doble el número de observaciones

$$D_i, i = 1, \dots, 28.$$

Esto, no sólo es lícito, sino que es necesario para eliminar ciertos errores, sobre todo la refracción. Este tratamiento de la doble distancia no es completamente satisfactorio pero sin embargo, vamos a aceptarlo ya que muchas veces no existe otra solución.

Tenemos, pues, que las redundancias de la red de trilateración y de cada incógnita son:

$$RR = 28 - 14 = 14$$

$$R_i = \frac{14}{14} = 1.$$

Con este proceso hemos sobrepasado aparentemente la precisión interna de la poligonal, pero en redes de altísima precisión esto no es aún suficiente ya que en las aplicaciones de altísima precisión debe llegarse a cifras de la redundancia entre 3 y 7. Otra modificación que puede hacerse a fin de aumentar la redundancia es combinar las redes de triangulación y trilateración, hablándose en este caso de triangulateración.

Si consideramos como independientes las dobles mediciones de distancias tendremos 58 ecuaciones de error que dan lugar a las siguientes redundancias:

$$RR = 58 - 14 = 44$$

$$R_i = \frac{44}{14} = 3.14.$$

En este punto debe hacerse una consideración muy importante: si introducimos como independiente cada dirección debe procederse de igual modo con las medidas angulares de forma que cada observación forme una unidad de medida y esté representada por una ecuación de error. Dado que la determinación de los án-

gulos se hace a través de largas series de observación, esto daría lugar a redundancias grandes y, siendo necesario ser prudentes, introducimos los valores promedios, tanto de los ángulos como de las direcciones. En este caso tendremos:

$$EE = 30 + 14 = 44$$

$$RR = 44 - 14 = 30$$

$$R_i = \frac{30}{14} = 2,14.$$

La poligonal se puede mejorar mediante la aplicación de mediciones independientes en el caso de que exista intervisibilidad entre los puntos de la red. Si esto no es posible, se puede aumentar la bondad de la red introduciendo puntos auxiliares intermedios como muestra la figura 3. Por cada punto introducido se aumentan en dos las incógnitas y en cuatro las observaciones, dos ángulos y dos distancias.

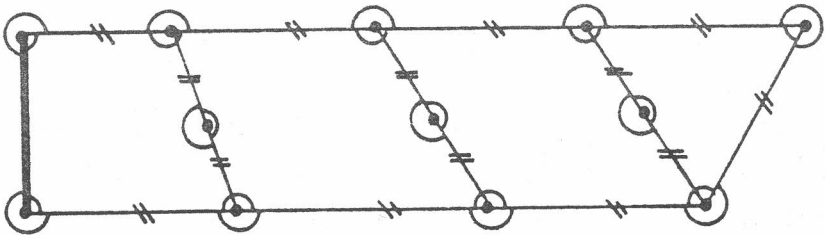


Fig. 3

Aunque la ganancia es pequeña

$$EE = 38$$

$$RR = 38 - 20 = 18$$

$$R_i = \frac{18}{20} = 0.9$$

ya que teníamos 26 ecuaciones de error y hemos agregado 12, pero hemos aumentado el número de incógnitas a 20. Esto nos demuestra que también la poligonal se puede mejorar a través de un cierto

tratamiento. Así, la intercomunicación de puntos dota a la poligonal de una rigidez bastante fuerte y aumenta la bondad considerablemente, motivo por el cual, en mediciones de ingeniería y en geodesia aplicada, no se descarta la poligonal. Además, en muchas ocasiones es la única solución para resolver un problema rápido con cierta eficacia.

Consideramos ahora una red libre sin restricciones. Para ello orientamos la red y fijamos un punto, tal como muestra la figura 4. De este modo tenemos una red de libre desenvolvimiento

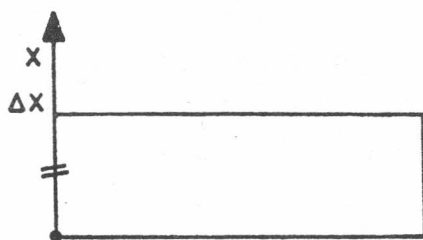


Fig. 4

en forma geométrica en la que ya no existe base y hemos introducido una distancia como elemento de medición dentro de la red geodésica. Bajo esta consideración no hemos introducido grandes cambios ya que hemos agregado una medida, dirección y una incógnita; sin embargo, estos ejemplos serán útiles cuando tengamos redes libres sin una orientación y sin un punto fijo.

Consideramos ahora la mínima red que se puede contemplar en triangulación, como muestra la figura 5.

La triangulación en forma clásica siempre necesita una distancia, pero en las redes libres se trata de un elemento medido y entra en la compensación de los datos con su propia ecuación de error, no como base, de modo que formaría una observa-

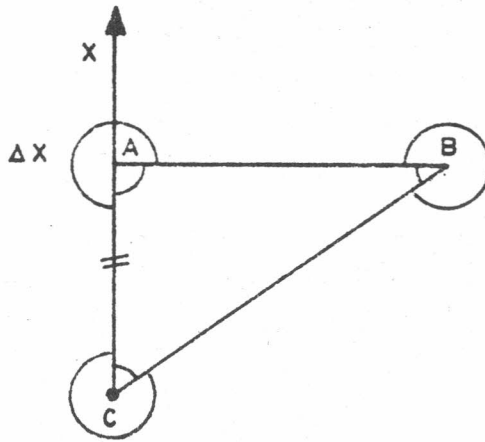


Fig. 5

ción y los ángulos, tanto interiores como exteriores, el otro paquete de observaciones. Así, tenemos tres incógnitas (dos en B y una en A), en una red totalmente libre serían 6, y un total de 7 ecuaciones de error correspondientes a 6 ángulos y una distancia.

En la trilateración, figura 6, la situación es completamente diferente, ya que tenemos 3 incógnitas y 3 distancias observadas.

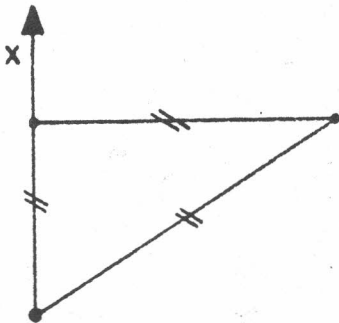


Fig. 6



Fig. 7

Finalmente, en la poligonal nos encontramos con una incógnita y una ecuación de error correspondiente a la distancia medida (figura 7). Esta poligonal es la red mínima de la geodesia, definida como expresión de la longitud entre dos puntos.

Aunque este modelo parece en principio un poco simple, tiene su aplicación en muchos campos donde la red geodésica es unidireccional, como es el caso de las redes de nivelación o de los comparadores de medidas, redes de calibración. Un ejemplo de estas últimas puede verse en la fig. 8, en la que se tiene una red geodésica libre orientada, con un punto base, 3 incógnitas y 6 mediciones independientes.

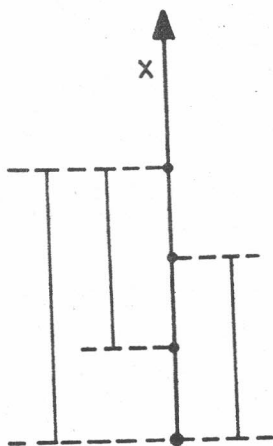


Fig. 8

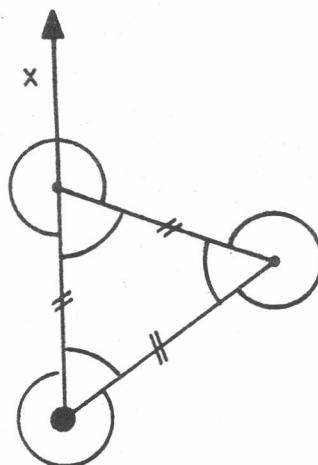


Fig. 9

Combinamos ahora la triangulación con la trilateración, figura 9, agregando las otras dos distancias, de modo que en el triángulo tenemos ahora la siguiente situación: 3 incógnitas, 9 ecuaciones de error (6 de ángulos y 3 de distancias) y unas redundancias de la red y de cada incógnita:

$$RR = 9 - 3 = 6$$

$$R_i = \frac{6}{3} = 2$$

observándose que ésta es la máxima posibilidad para un triángulo.

Para aprovechar, tanto mediciones angulares como distancias, agregamos un cuarto punto, figura 10, al que corresponden dos nuevas incógnitas; incluyéndose además 3 mediciones de distancia, 3 de ángulos interiores y 6 de exteriores. Así, tendremos un total de 5 incógnitas y 21 ecuaciones de error, de forma

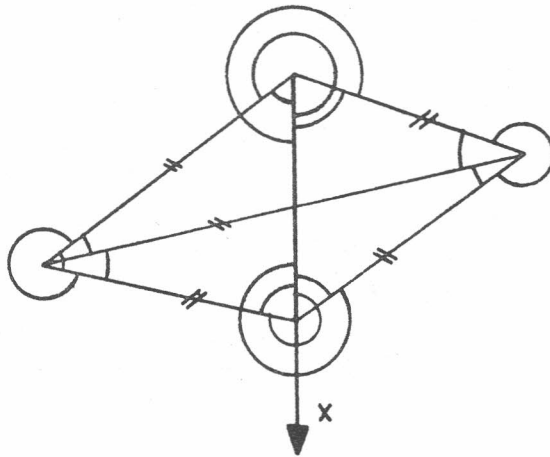


Fig. 10

que por fin hemos alcanzado una redundancia de 3 en una red geodésica formada por un pequeño número de puntos.

$$RR = 21 - 5 = 16$$

$$R_i = \frac{16}{5} = 3,2.$$

Siguiendo este proceso de agregar puntos, llegaríamos a una redundancia de 6 para una red geodésica libre orientada, con un punto base, y formada por un total de 6 puntos.

Estas redes, de muy frecuente aplicación, son s \acute{u} mamente útiles. Un ejemplo es la observación de la estructura de un puente que cruza un río (fig. 11).

En este caso, si se quiere unificar el sistema de la construcción con el sistema geodésico de replanteo, se toma el eje principal x coincidente con la dirección de la estructura y el origen de coordenadas en el punto que aparece en el plano de construcción como arranque de la estructura. El sistema de coordenadas depende de la magnitud de la obra.

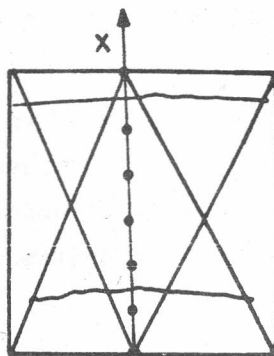


Fig. 11

Estas redes, que pueden desenvolverse geométricamente en forma libre, son muy indicadas para el acercamiento a la descripción geométrica, tanto de un posible movimiento de puntos, como de un campo de deformaciones. De hecho, pueden aplicarse redes parecidas en el control de movimientos de la corteza terrestre, aunque no siempre.

Veamos ahora como podemos coordinar en estas mediciones distancias y ángulos. Esto se consigue con la asignación adecuada de pesos.

2. COMBINACION DE PESOS EN ANGULOS Y EN DISTANCIAS

Empezaremos este punto diciendo que los ángulos son independientes de las distancias, debiendo dar a cada ángulo la precisión adecuada al instrumento utilizado; por ejemplo, puede exigirse una precisión de $0'',1$ a un teodolito Wild T-3 pero nunca a un T-2. Más adelante hablaremos de la diferencia entre precisión y exactitud.

Además, la unidad de pesos siempre está en los ángulos:

$$P_{\alpha} = \frac{m_0^2}{m_{\alpha}^2} = 1 \quad (1)$$

deduciéndose que

$$m_{\alpha} = m_0 \quad (2)$$

Tomemos, para ilustrar esto, el caso particular en que $m_{\alpha} = \pm 1''$. Resultaría:

$$P_{\alpha} = \frac{m}{m} = 1$$

de donde

$$m_0 = m_{\alpha} = \pm 1''.$$

Análogamente procederíamos al trabajar con un T-3 con $m_{\alpha} = \pm 0,1''$, siendo en este caso:

$$P_{\alpha} = \frac{(0'',1)^2}{(0'',1)^2} = 1.$$

Combinemos ahora distancias y ángulos. Dentro del paquete formado por las ecuaciones de observación y las ecuaciones de error transformamos cada ecuación de distancia a fin de poder tratar homológicamente el conjunto de ambos sistemas. Esta unificación es necesaria si no se quiere cometer un error.

Supongamos que en una distancia D tenemos un error m_0 al que corresponde $m_{\alpha 0}$, figura 12. La fórmula para la unificación de pesos m_{α} y m_0 es la siguiente:

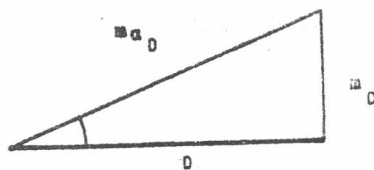


Fig. 12

$$m_{\alpha 0} = \frac{m_0}{D} \rho'' \quad \text{y} \quad P_{0..} = \frac{m_0^2}{m_{\alpha 0}^2} \quad (3)$$

donde se observa que ya estamos hablando en términos de ángulo y no de distancia; es decir, hemos transformado el peso de la distancia en peso de ángulo.

Este valor P_0 nunca se introduce en el tratamiento de las ecuaciones de observación; en su lugar se multiplican dichas ecuaciones por la raíz del peso. Es decir, cada ecuación de ángulo la multiplicamos por $\sqrt{P_0}$, pero este valor es la unidad por lo que en este caso no es necesario aplicar ningún tratamiento especial, y cada ecuación de distancia por:

$$\sqrt{P_0} = \frac{m_0 D}{m_0 \rho} \quad (5)$$

Veamos algunos ejemplos que nos clarificarán la forma de trabajar con estos pesos de distancia en las triangulaciones y en la poligonal. En algunas ocasiones hemos visto cómo se calcula por condicionales la poligonal; nos olvidaremos de esto aquí ya que en el método de redes todo forma un solo paquete, no distinguiéndose entre triangulación, trilateración, combinación, etc.

(a) Sean

$$m_0 = \pm 1''$$

$$D = 1 \text{ km} = 1\,000\,000 \text{ mm},$$

$$m_0 = \pm 5 \text{ mm},$$

entonces

$$\sqrt{P_0} = \sqrt{\frac{1 \times 1\,000\,000}{5 \times 200\,000}} = 1$$

para la aproximación

$$\rho = 200\,000''$$

lo que es correcto ya que $1''$ produce en 1 km exactamente un desplazamiento de 5 mm.

Con este ejemplo hemos aprendido algo muy importante: estas dos mediciones se conjugan dentro del paquete de la compensación como mediciones de unidad de peso; es decir:

$$m_D = \pm 5 \text{ mm}$$

$$m_o = \pm 1''$$

tienen el mismo peso. Veámoslo más detenidamente. Se pueden calcular los 5 mm a partir de la figura 12

$$5 \text{ mm} = \frac{1 \ 000 \ 000}{\rho''} \times 1''$$

de modo que 1" de error en ángulo ha producido un desplazamiento de las coordenadas de 5 mm a 1 km de distancia y, viceversa, si tuviese solamente distancias, podría calcular el error angular a partir del error en distancia. Así, se puede hacer una compensación, válida y de gran rigidez, de distancias transformadas a ángulos donde cada distancia tiene su respectivo peso. El peligro es que en las redes se dan a las distancias pesos uniformes, pero en realidad con un ángulo, sólo una longitud tiene el mismo peso mientras que todas las demás lo tienen diferente como veremos en los siguientes ejemplos.

(b) Para

$$m_o = \pm 1''$$

$$D = 10 \text{ km}$$

$$m_D = \pm 5 \text{ cm}$$

se llega a la misma solución

$$\sqrt{P_D} = 1$$

(c) Sean ahora

$$m_o = \pm 0'',1$$

$$D = 1 \text{ km}$$

$$m_D = \pm 5 \text{ mm.}$$

Aplicando la fórmula (5) queda:

$$\sqrt{P_D} = \frac{1}{10} \times \frac{1\,000\,000}{200\,000} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}.$$

Este es el caso de, por ejemplo, una triangulateración en la que las medidas angulares se han realizado con un teodolito Wild T-3 y las distancias con un distanciómetro Hewlett-Packard. Del resultado obtenido se deduce que, dado que la precisión (0",1) del instrumento con el que se han realizado las medidas angulares muy superior a la dada por el distanciómetro (5 mm), las medidas de distancia sólo deben introducirse para obtener la escala.

(d) Tomamos:

$$m_\theta = \pm 1''$$

$$D = 2 \text{ km}$$

$$m_D = 5 \text{ mm.}$$

En este caso para la distancia se tiene:

$$\sqrt{P_D} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2\,000\,000}{200\,000} = 2$$

y para el ángulo, como siempre, peso unidad.

Por lo tanto, la fórmula básica es válida en estos primeros ejemplos.

(e) Planteamos la siguiente pregunta: ¿Cuál es la precisión de un distanciómetro en combinación de distancias (a 10 km) con ángulos, utilizando un teodolito Wild T-3, que proporciona una precisión de 0", 1 en las medidas angulares, e introduciendo iguales pesos?

Buscamos, por lo tanto, el instrumento que tenga la precisión adecuada para proporcionar una respuesta al problema planteado.

Tenemos:

$$1 = \sqrt{P_D} = \frac{0,1 \times 10\,000\,000}{m_D \times 200\,000}.$$

Despejando queda:

$$m_D = \frac{1}{10} \times 50 = \pm 5 \text{ mm.}$$

Así, la respuesta al problema planteado es: el distanciómetro que puede trabajar en una red geodésica de una extensión de 10 km, en la que se ha aplicado el T-3, necesita una precisión de 5 mm y es, por lo tanto, un "Laser", ya que no existe actualmente otro instrumento que proporcione esa precisión.

(f) En la práctica no se consigue, generalmente, la precisión de 0",1 en el error medio de ángulo cuando se opera con un teodolito Wild T-3, ya que este valor sólo es posible en ambientes muy favorables. Por lo tanto, planteamos la siguiente pregunta: ¿Cuál es el peso de la distancia con

$$m_D = \pm 5 \text{ mm}$$

en 10 km, si

$$m_\alpha = \pm 0",3$$

que es un caso práctico muy viable. El peso de la distancia es en este caso

$$\sqrt{P_D} = \frac{3}{10} \cdot \frac{10\,000\,000}{5 \times 200\,000} = \frac{300}{100} = 3.$$

Esto es un claro ejemplo del caso en el que la trilateración es superior a la triangulación aunque en ambos casos se han empleado instrumentos de altísima precisión.

(g) Para terminar, planteamos dos casos arbitrarios contrarios. En primer lugar tomamos

$$m_\alpha = \pm 0",5$$

$$D = 5 \text{ km}$$

$$m_D = \pm 5 \text{ mm,}$$

y aplicando la fórmula (5) obtenemos:

$$\sqrt{P_D} = \frac{5}{10} \times \frac{5\,000\,000}{5 \times 200\,000} = 2,5$$

y, finalmente,

$$m_\alpha = \pm 0'',5$$

$$D = 5 \text{ km}$$

$$m_D = 5 \text{ cm},$$

resultando:

$$\sqrt{P_D} = \frac{5}{10} \times \frac{5\,000\,000}{50 \times 200\,000} = 0,25.$$

3. HOMOLOGACION DE LAS ECUACIONES DE OBSERVACION

Abandonamos el campo de los pesos y consideramos las ecuaciones de observación

$$\begin{aligned} v_\alpha &= a \, dx_1 + b \, dy_1 + \dots - l_\alpha \\ v_D &= \bar{a} \, dx_1 + \bar{b} \, dy_1 + \dots - l_D \end{aligned} \quad (6)$$

sistema formado por tantas ecuaciones como observaciones realizadas, ya que tenemos una ecuación de error para cada ángulo medido e igualmente una ecuación por cada observación de distancia. En ellas los coeficientes direccionales a, b, \dots vienen dados por:

$$a = \frac{\Delta p}{D} \quad (7)$$

donde

$$\Delta = x_1 - x_0, y_1 - y_0, \dots$$

es la abreviatura con la que representamos la diferencia de las coordenadas involucradas dentro de la ecuación, y los coeficientes \bar{a}, \bar{b}, \dots por

$$\bar{a} = \frac{\Delta}{D} \quad (8)$$

En épocas anteriores no solía efectuarse la homologación de las ecuaciones de observación. Veamos cuál es el efecto de esta consideración con el siguiente ejemplo:

$$D = 1000 \text{ m}$$

$$\Delta = 500 \text{ m.}$$

Calculamos:

$$a = \frac{500 \times 200\,000}{1000 \times 1000} = 100, \quad \rho \approx 200\,000''$$

$$\bar{a} = \frac{500}{1000} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Se ve claramente que no puede completarse así, ya que en este caso, dada la insignificancia del coeficiente \bar{a} , el peso de la ecuación de observación en distancia es prácticamente nulo dentro del tratamiento global de las ecuaciones de error.

Por este motivo se introduce la homologación de las ecuaciones. El modelo que expongo consiste en transformar las ecuaciones de distancia en ecuaciones angulares. Para ello multiplicamos la ecuación de observación de distancia por (ρ/D) :

$$v_D \left(\frac{\rho}{D} \right) = \bar{a} \left(\frac{\rho}{D} \right) dx_1 + \bar{b} \left(\frac{\rho}{D} \right) dy_1 + \dots - l_D \left(\frac{\rho}{D} \right). \quad (9)$$

Hacemos:

$$v'_D = v_D \left(\frac{\rho}{D} \right)$$

$$a' = \bar{a} \left(\frac{\rho}{D} \right)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$l' = l_D \left(\frac{\rho}{D} \right)$$

y nos queda la ecuación:

$$v'_D = a' dx_1 + b' dy_1 + \dots - l'_D \quad (10)$$

Ejemplo: Si

$$v_a = 1''$$

$$l_a = 1''$$

$$v_D = 1 \text{ mm}$$

$$l_D = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta = 500 \text{ m}$$

$$D = 1000 \text{ m},$$

tendremos en este caso:

$$a = \frac{500\,000 \times 200\,000}{1\,000\,000 \times 1\,000\,000} = 0,1$$

$$a' = \frac{500\,000 \times 200\,000}{1\,000\,000 \times 1\,000\,000} = 0,1$$

$$v_D' = \frac{1 \text{ mm} \times \rho}{1\,000\,000} = \frac{1''}{5} = 0'',2$$

$$l_D' = 0'',2$$

que nos dan las ecuaciones de error

$$v_a = 1'' = 0,1 \, dx_1 + \dots - 1''$$

$$v_D' = 0'',2 = 0,1 \, dx_1 + \dots - 0'',2.$$

Esto es lo que se denomina homologación de las ecuaciones de observación cuando combinamos distancias y ángulos.

4. HOMOGENEIZACION DE LAS ECUACIONES DE OBSERVACION

En este punto veremos que no es suficiente con la homologación de las ecuaciones de observación; es necesario hacer, además, una homogeneización numérica de dichas ecuaciones ya que en caso contrario resultan, en la computación, errores de redondeo que influyen en los resultados.

Calculamos de nuevo el ejemplo del apartado anterior pero tomando como unidades segundos de arco y metros. Tenemos entonces un sistema de ecuaciones de error de la forma:

$$\begin{aligned}
 v_{\alpha} &= 1'' = \frac{500 \times 200\,000}{1\,000 \times 1\,000} dx + \dots - 1'' = \\
 &= 100 dx + \dots - 1'' \\
 v_{\beta}'' &= 0,001 \frac{p}{1000} = 0'',2 = 100 dx + \dots - 0'',2
 \end{aligned}$$

que es característica de las observaciones de alta precisión.

Para mejor clarificar las razones de la homogeneización escribimos los dos resultados obtenidos:

a) Si tomamos como unidades milímetros y segundos tenemos el sistema:

$$\begin{aligned}
 v_{\alpha} &= 1'' = 0,1 dx + \dots - 1'' \\
 v_{\beta}'' &= 0'',2 = 0,1 dx + \dots - 0'',2.
 \end{aligned}$$

b) Si tomamos metros y segundos, resulta:

$$\begin{aligned}
 v_{\alpha} &= 1'' = 100 dx + \dots - 1'' \\
 v_{\beta}'' &= 0'',2 = 100 dx + \dots - 0'',2,
 \end{aligned}$$

donde vemos que el coeficiente direccional ha cambiado en su expresión absoluta. Esto es, precisamente, lo que debemos evitar, ya que 0,1 conjuga mejor con el valor de 1'' por el orden y la significancia de los redondeos. Lo hacemos, simplemente, vigilando las unidades que entran en la computación; por ejemplo, en el rango de los kilómetros entraremos en milímetros, en el de los 10 km en centímetros, en el de los 50 km en metros, etc.

Esto es lo que se denomina homogeneización de las ecuaciones de observación: los v_i , l_i , a_i y dx_i están en el mismo orden numérico.

5. INTRODUCCION DE LOS PESOS EN LAS ECUACIONES HOMOLOGADAS Y HOMOGENEIZADAS

Continuemos trabajando con el mismo ejemplo:

$$v_{\alpha} = 1''$$

$$l_{\alpha} = 1''$$

$$v_D = 1 \text{ mm}$$

$$l_D = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta = 500 \text{ m}$$

$$D = 1 \text{ km}$$

$$m_{\alpha} = \pm 1''$$

$$m_D = \pm 5 \text{ mm.}$$

Introducimos el peso en la ecuación de distancia:

$$v_{\alpha} = 1'' = 0,1 \, dx + \dots - 1''$$

$$v_D'' = 0'',2\sqrt{P_D} = 0,1\sqrt{P_D} \, dx + \dots - 0'',2 \sqrt{P_D}$$

donde, ya que el peso no tiene unidades, todos los coeficientes están expresados en segundos . Operando en esta última ecuación

$$v_D'' = 0,2 \frac{1 \, 000 \, 000}{200 \, 000 \times 5} = 0,1 \frac{1 \, 000 \, 000}{200 \, 000 \times 5} \, dx + \dots - 0,2 \frac{1 \, 000 \, 000}{200 \, 000 \times 5}$$

resulta:

$$0,2 = 0,1 \, dx + \dots - 0,2$$

ya que

$$P_D = 1.$$

Este es el caso ideal de iguales pesos en v_{α} y v_D , donde 1'' en 1 km produce un desplazamiento de las coordenadas de 5 mm.

Vamos a tratar ahora la forma más directa de introducir pesos en las distancias. Partimos de la ecuación homologada:

$$v_D \left(\frac{p}{D} \right) = \frac{\Delta}{D} \left(\frac{p}{D} \right) \, dx + \dots - l_D \left(\frac{p}{D} \right) \quad (11)$$

y la multiplicamos por $\sqrt{P_D}$

$$v_D \left(\frac{\rho}{D} \right) \frac{m_0 D}{m_0 \rho} = \frac{\Delta}{D} \left(\frac{\rho}{D} \right) \frac{m_0 D}{m_0 \rho} dx + \dots - \varepsilon_D \left(\frac{\rho}{D} \right) \frac{m_0 D}{m_0 \rho} .$$

Simplificando, nos queda la forma definitiva de la ecuación de distancia

$$\left(v_D \frac{m_a}{m_D} \right)'' = \frac{\Delta}{D} \frac{m_a}{m_D} dx + \dots - \left(\varepsilon_D \frac{m_a}{m_D} \right)'' \quad (12)$$

Para comprobar el funcionamiento de esta fórmula introducimos los valores del ejemplo anterior en dicha ecuación, teniendo en cuenta que en este caso es lícito introducir metros en lugar de milímetros pues el valor del cociente no varía.

$$1 \cdot \frac{1}{5} = \frac{500}{1\,000} \frac{1}{5} dx + \dots - \frac{1}{5}$$

$$0'',2 = 0,1 dx + \dots - 0'',2$$

cuyos coeficientes son del mismo orden. Queda por lo tanto demostrado.

Ahora bien, de esta compensación resulta un valor de m_0 en segundos como error medio de la unidad de peso, y Q_i ; tiene la dimensión de (D/ρ) , por lo que:

$$m_{\text{incógnita}} (\text{mm}) = m_0 (") \frac{D(\text{mm})}{(")}$$

Con esto concluimos el capítulo de los pesos en las redes geodésicas.

6. COVARIANZA DE LAS MEDIDAS ANGULARES

Veamos ahora la covarianza de un ángulo α conformado por dos direcciones D_1 y D_2 , como muestra la figura 13. Sabemos que:

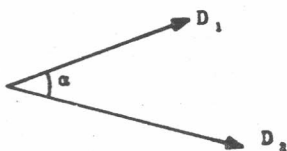


Fig. 13

$$\alpha = D_2 - D_1 .$$

Consideramos el error medio en D_1 igual al de D_2

$$m_{D_1} = m_{D_2}$$

lo cual es cuestionable.

Dado que

$$\alpha = DF_D$$

los coeficientes del vector D serán:

$$F_D = \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Formamos la covarianza como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Cov } \alpha &= F_D^T \cdot \text{cov } D \cdot F_D = (1 \ -1) \begin{pmatrix} m_2^2 & m_2 m_1 \\ m_1 m_2 & m_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= m_2^2 - m_1 m_2 - m_2 m_1 + m_1^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Unificando m_1 y m_2 por m :

$$\text{Cov } \alpha = m^2 - m^2 - m^2 + m^2 = 0. \quad (14)$$

Esto es un resultado que sorprende, pero tiene su explicación. Antes de que se conociera la ley de covarianza no era posible conocer la propagación de errores en su correcta dimensión pero, sin embargo, se sospechaba desde hacía mucho tiempo que la propagación de errores no representaba correctamente los resultados. Pero éste no es nuestro caso; tenemos aquí un ejemplo clásico que aparece en todos los libros de cálculo de compensaciones:

$$m_\alpha^2 = m_{D_1}^2 + m_{D_2}^2.$$

Si ambos son iguales, entonces

$$m_\alpha^2 = 2 m_D^2$$

y por lo tanto

$$m_\alpha = m_D \sqrt{2}.$$

Hacemos el ejemplo un poco más amplio introduciendo diferentes errores. Primero vamos a considerar

$$m_2 = \pm 2$$

$$m_1 = \pm 1.$$

Según lo expuesto

$$\text{Cov}^a = m_\alpha^2 = 4 - 2 - 2 + 1 = 1, \quad m_\alpha = \pm 1$$

por lo que siempre se produce la convergencia hacia $m_2 - m_1$.

Sin embargo, desde el punto de vista de la clásica propagación de errores

$$m_\alpha = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \approx \pm 2.2$$

En esto no hay ningún problema. Simplemente se verifica algo muy importante: en este caso la correlación entre las dos direcciones en un máximo. Esto es lógico ya que se trata de un ángulo medido en las mismas condiciones (iguales instrumentos, operador, instante y condiciones atmosféricas) y, por lo tanto, la correlación debe ser un máximo; por ello, a través de la resta de los valores absolutos, se resta también la influencia de la correlación que tiene el mismo signo en ambas direcciones.

Se había observado de forma práctica que las medidas angulares eran en sí mismas siempre más exactas de lo que se deducía a partir de sus errores; según la geodesia clásica esto no tenía explicación. Sin embargo, con el advenimiento de la ley de covarianza sí lo tiene y, además, dicha covarianza no será necesariamente cero salvo en el caso de que actuemos bajo la condición de igual error.

7. PRECISION Y EXACTITUD DE UNA RED GEODESICA

Estamos acostumbrados a escuchar: "El teodolito Wild T-3 tiene una precisión de 0",1". Nadie diría "el T-3 tiene una exactitud de 0",1". Sin embargo, cuando se mide un ángulo con dicho teodolito, puede obtenerse un error medio

$$m_\alpha = \pm 3''$$

mientras que con un instrumento como el T-2, cuya precisión es del orden de 1", se puede obtener un valor

$$m_a = \pm 0".1$$

Es decir, con instrumentos de alta precisión se pueden obtener resultados de baja exactitud y con instrumentos de baja precisión resultados de alta exactitud. De este modo hemos diferenciado los conceptos de precisión y exactitud de un instrumento, y del resultado de la medición.

En el caso de una red geodésica, cuando hablamos de su precisión, estamos considerándola como un instrumento (medida de coordenadas). Así decimos, por ejemplo, que la red de Baden-Wüttemberg tiene una precisión de 3 cm o que una red diseñada para el control de una presa tiene una precisión de 1 mm en las distancias y de 0",1 en los ángulos. Sin embargo, cuando se trata de un punto particular de la red, hablamos siempre de exactitudes, siendo éstas distintas para cada trabajo ejecutado dentro de la red; en el ejemplo de la red de Baden-Wüttemberg en unos puntos tendremos 10 cm y en otros 8 cm de exactitud.

Otro concepto que debemos tener claro es la diferencia entre exactitudes internas y externas. Veámoslo con un ejemplo: compramos tres cintas de invar, de precisión igual a 1 mm, en tres países diferentes (Suiza, España y Francia), altamente calibradas por los organismos correspondientes. Tres grupos de trabajo realizaron con ellas series de diez medidas entre dos puntos separados aproximadamente 8 metros, obteniendo los valores recogidos en la tabla 1.

S U I Z A E S P A Ñ A F R A N C I A

l_i	Δ_i	l_i	Δ_i	l_i	Δ_i
8,032	0	8,036	1	8,029	- 1
8,033	- 1	8,037	0	8,030	- 2
8,034	- 2	8,038	- 1	8,028	0
8,032	0	8,035	- 2	8,028	0
8,031	1	8,036	- 1	8,027	1
8,030	2	8,037	0	8,029	- 1
8,034	- 2	8,038	- 1	8,030	- 2
8,033	- 1	8,036	1	8,031	- 3
8,035	- 3	8,037	0	8,028	0
8,030	2	8,038	- 1	8,027	1

Tabla 1

Con la cinta de Suiza se ha obtenido un valor promedio

$$L_1 = 8,032 \text{ m},$$

un error medio

$$m_0 = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{9}} = \pm 1,8 \text{ mm},$$

y para la longitud

$$m_L = \frac{m_0}{\sqrt{10}} = \pm 0,6 \text{ mm}.$$

Este resultado nos demuestra que la operación ha sido perfecta ya que se ha trabajado con la precisión de la propia cinta, clasificada en 1 mm, y, además, la determinación de la distancia ha sido efectuada con una exactitud de 0,6 mm.

Para la cinta de España se ha obtenido:

$$L_2 = 8,037 \text{ m}$$

$$m_0 = \pm 0,9 \text{ mm}$$

$$m_L = \pm 0,3 \text{ mm}$$

y, finalmente, para la traída de Francia tenemos:

$$L_1 = 8,028 \text{ m}$$

$$m_1 = \pm 1,5$$

$$m_L = \pm 0,5.$$

El planteamiento que vamos a exponer, a la vista de estos resultados, sería el mismo si hubiésemos empleado distanciómetros en lugar de cintas invar.

En estas condiciones nos hacemos dos preguntas:

- a) ¿Cuál es la longitud entre dos puntos que debemos asignar?
- b) ¿Dónde se encuentra ahora la precisión de 1 mm y cuál es la exactitud de esta distancia?

La respuesta a la primera cuestión es clara ya que dados los resultados obtenidos no existe ningún factor que nos haga inclinarnos por una medición en particular y, por lo tanto, tomaremos el promedio de las tres determinaciones. Además, si aumentamos el número de medidas efectuadas por cada uno de los tres grupos de trabajo nos encontramos con que el valor promedio de cada una de las series de mediciones sigue siendo el mismo y también m_1 ; la única diferencia estriba en que en los tres casos m tiene de a cero al tender el número de mediciones a infinito. Por lo tanto, si tomamos como valor de la distancia el promedio, nos encontramos, en este último caso, con que dicha medición tiene por error medio cero.

En vista del planteamiento expuesto tomamos los promedios de las series de mediciones de nuestro ejemplo

$$L_1 = 8,032 \text{ m}$$

$$L_2 = 8.037 \text{ m}$$

$$L_3 = 8.028 \text{ m}$$

y, dado que el peso de las tres series es el mismo, como hemos visto al hacer tender a infinito el número de observaciones,

efectuamos nuevamente el promedio

$$L = 8,032.$$

Este es el valor que tomamos como más probable en nuestra medición. Nos encontramos con que coincide con el valor promedio de la cinta de Suiza, lo cual puede inducirnos erróneamente a considerar que ésta es la mejor. Nosotros no caeremos en este error y calcularemos el error medio de estas tres mediciones independientes obteniendo:

$$m_0 = \pm 4,5 \text{ mm}$$

$$m_x = \pm 2,6 \text{ mm.}$$

En este resultado (L , m_0 , m_x) se observa algo muy importante: no existe ninguna posibilidad de cambiar estos valores ni siquiera aumentando a infinito el número de observaciones. Debido a esta situación dicho resultado se denomina exactitud externa de un sistema, y al resultado anterior, exactitud interna, lo que nos indicará la bondad de la medición.

Una consecuencia práctica de esta exposición es que en los trabajos geodésicos es suficiente hacer pequeñas series de observaciones, siempre que éstas sean de buena calidad, ya que aumentar el número de mediciones no cambia significativamente el resultado.

Otro problema explicado por este planteamiento es el enlace entre las redes geodésicas de primer orden de distintos países, ya que las diferencias provienen de que cada trabajo particular tiene su particular error de escala. Estamos, por lo tanto, ante el reto de unificar la calibración de los instrumentos.

Resumiendo, la utilización, tanto de cintas invar como de distanciómetros, tiene el inconveniente de que llevan a la medida los errores inherentes a la manufacturación y a la calibra-

ción, por lo que se está distorsionando el sistema métrico decimal. Puede disminuirse el error de escala aumentando el número de bases de calibración pero no el número de medidas con cada instrumento. El problema real es mucho más complejo ya que el material utilizado en las mediciones varía con el tiempo, con las condiciones ambientales, el transporte (sometimiento a tensiones o vibraciones), la utilización continua (aumento del valor de la distancia medida con el tiempo de continua utilización), etc. Estos problemas deben eliminarse en lo posible.

Tenemos por lo tanto las siguientes consecuencias:

- a) Necesidad de calibración en la metrología.
- b) utilización, si es posible, de varios distanciómetros.
- c) Medida de una base de la red, según el método clásico de la geodesia, tratando de que sea una reproducción exacta del sistema métrico decimal. A partir de ella se desarrolla la red geodésica mediante mediciones angulares ya que el ángulo es un elemento sumamente eficiente en la distribución de errores.

Hacemos ahora algo parecido con las medidas angulares, pero con la diferencia de que con un único instrumento realizamos medidas cada minuto durante 24 horas. Se trata de una medición continua de un ángulo, el cual se presentará como una función del tiempo.

Recogemos los resultados obtenidos en la primera hora de medición agrupados en 10 series cada diez minutos en la Tabla 2. (En total 60 series por hora).

- α = ángulo medido,
- α_p = ángulo promedio de 10 minutos,
- m_α = e.m. de un ángulo medido,
- m_p = e.m. de α_p ,
- α_{pp} = ángulo promedio de los promedios

T	α	α_p	m_0	m_p
8 ^h 00 ^m	30° 15' 15" 17 13 12 18 15 16 14 14 16	30° 15' 15"	1",7	0",5
8 ^h 10 ^m	30° 15' 16" 16 17 15 16 17 18 19 18 18	30° 15' 17"	1",2	0",4
8 ^h 20 ^m	. . .	30° 15' 18"	1",3	0",4
8 ^h 30 ^m	. . .	30° 15' 18"	1",4	0",5
8 ^h 40 ^m	. . .	30° 15' 20"	1",3	0",4
8 ^h 50 ^m	. . .	30° 15' 19"	1",3	0",4

Tabla 2

En estos resultados se observa que las diferencias entre los promedios no están representadas de ninguna forma por los errores.

Con estas primeras 60 mediciones vamos a calcular el promedio de los valores promedio de la tabla 2

$$\alpha_{pp} = 30^{\circ} 15' 18''$$

valor sobre el cual hacemos, al igual que en las medidas de distancias, las consideraciones de exactitud. Tenemos el error medio de los promedios:

$$M_{opp} = \pm 1'',7$$

que representa el error medio de cada uno de los valores α_p , y el error del promedio de los promedios

$$M_{pp} = \pm 0'',7.$$

Ahora bien, si calculamos el error de α_{pp} según la propagación de errores

$$m_{pp} = \pm 0'',3$$

observamos que

$$m_{pp} < M_{pp}$$

$$m_p < M_{opp}$$

cuando, teóricamente, en ambos casos, deberían ser iguales. Como preámbulo de lo que veremos detalladamente más adelante, diremos que el fenómeno que se detecta a través de esta secuencia de valores, que teóricamente deberían ser iguales y en la práctica no lo son, es la influencia externa, en este caso la refracción, sobre el propio ángulo. Por este motivo, y en este caso, la exactitud externa viene dada por M_{pp} , M_{opp} , mientras que la exactitud interna lo será por los valores m_{pp} y m_p . Al igual que ocurría con las mediciones de distancias, estos dos tipos de exactitudes son muy diferentes. La exactitud interna nos da una medida del trabajo del operador, es decir, proporciona información sobre la

bondad de la medición, pero no sobre la exactitud del ángulo ya que sobre este valor puede haber una influencia externa, por ejemplo, el calentamiento producido por la radiación solar; la medida de la bondad de la medición angular es proporcionada por la exactitud externa.

A lo largo de nuestras investigaciones hemos llegado a encontrar discrepancias de hasta 13" debidas a la influencia externa de la refracción lateral. La importancia de este efecto queda de relieve sin más que calcular el error introducido

$$a = \frac{10\,000\text{ m} \times 13''}{206\,265''} = 63\text{ cm}$$

en la vinculación de un objeto situado a 10 km de distancia, a través de una medición angular, por dicha discrepancia.

Si representamos la refracción en segundos, a lo largo de las veinticuatro horas de medición angular ininterrumpida (periodo 2π) de nuestro ejemplo, ésta se presenta como una función armónica del tiempo tal como muestra la figura núm. 14. La prime

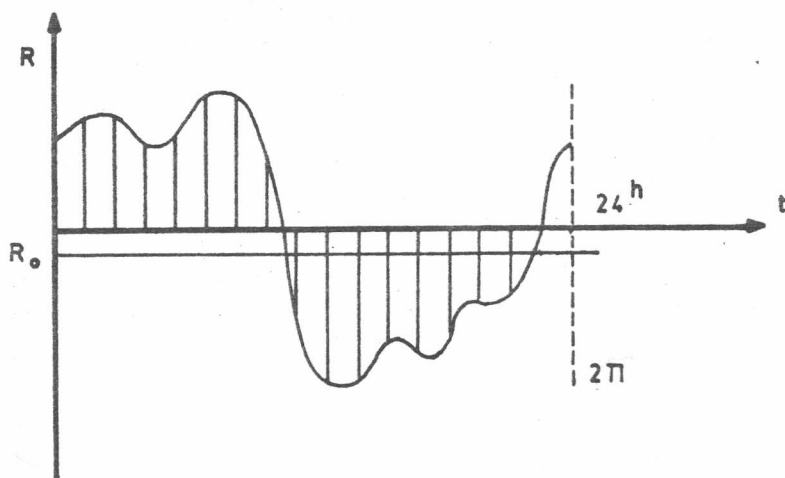


Fig. 14

ra reacción que suele tenerse al observar la figura es tomar el promedio (refracción cero, representada por R_0), pero esto puede discutirse, lo haremos al estudiar la compensación de la transferencia de cotas por medición trigonométrica de ángulos verticales.

En nuestro caso se tiene que R es igual a k (coeficiente de refracción dentro de la nivelación trigonométrica), por lo que si tenemos una nivelación trigonométrica con mediciones simultáneas y recíprocas realizadas en forma continua durante veinticuatro horas, entonces para el desnivel entre dos estaciones

$$\frac{\Delta k}{2} (t)$$

resulta ser nuevamente una función armónica del tiempo. Así, puede enunciarse el siguiente postulado: "Cuando $\Delta k(t)/2$ es integrado y resulta ser cero, el desnivel ΔH no está influido por la refracción". El problema estriba en lograr esto en la práctica pues los restos de k son los restos de R y, si no existen, tenemos excluido el efecto, al menos teóricamente, en una combinación de las visuales recíprocas. En la práctica no se elimina totalmente el efecto de la refracción al no conocer con detalle cuál es el peso de la ley que liga el instrumento y el punto visado. Tomemos el ángulo como sustituto de esta información. En el caso teórico más visible, en el que las curvas de las dos estaciones sean iguales, como muestra la figura 15(a), trabajando con medidas angulares recíprocas y simultáneas se elimina la refracción, ya que k tiene el mismo valor en los dos sentidos, con el promedio de las observaciones, resultando Δk nulo. Pero, sobre todo, para largas distancias, lamentablemente, esto no es así, pudiendo ser en las dos estaciones como muestra la figura 15(b). Para resolver este problema es necesario un estudio exhaustivo del número de horas de continuas mediciones recíprocas y simultáneas nece-

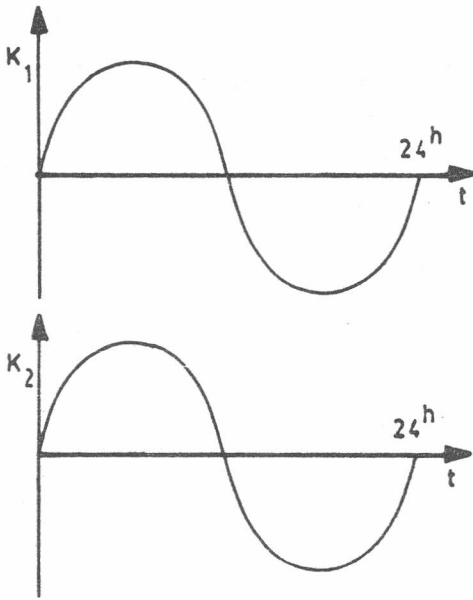


Fig. 15(a)

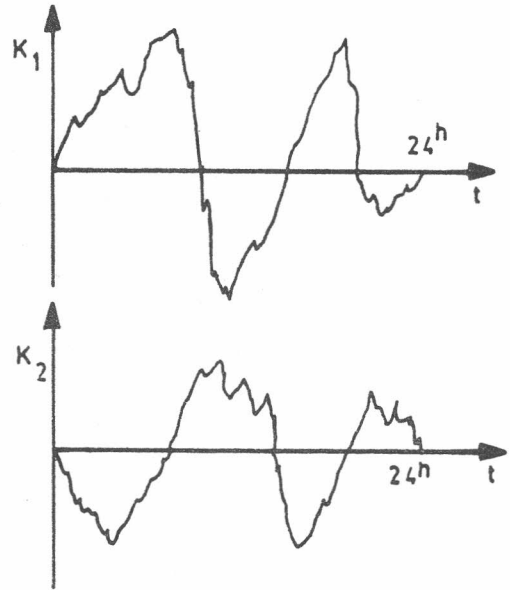


Fig. 15(b)

sarias para conseguir que los restos de la refracción sean prácticamente nulos; nosotros hemos llegado a la conclusión de que el valor adecuado es, normalmente, de 96 horas. (4π).

En el lago Maracaibo se planteó la transferencia de cota de orilla a orilla con una exactitud de 1 cm sobre una distancia de 11 km; esta precisión exigida en el replanteo de la cota venía condicionada por la construcción del puente, ya que al ser todo él prefabricado debía encajar como un mosaico. Se situaron cuatro estaciones en tierra, como puede verse en la figura 16; los dos desniveles en tierra (AB y CD) fueron nivelados con altísima precisión por los métodos placa plana paralela, nivelación clásica con miras invar y geométricamente, de modo que podían introducirse como bases geodésicas sin error ya que, después de varias idas y vueltas de dicha nivelación, el error final era de

aproximadamente 0,5 mm sobre los 3-4 km que separaban las citadas estaciones a lo largo de las líneas de tierra. Estas dos bases

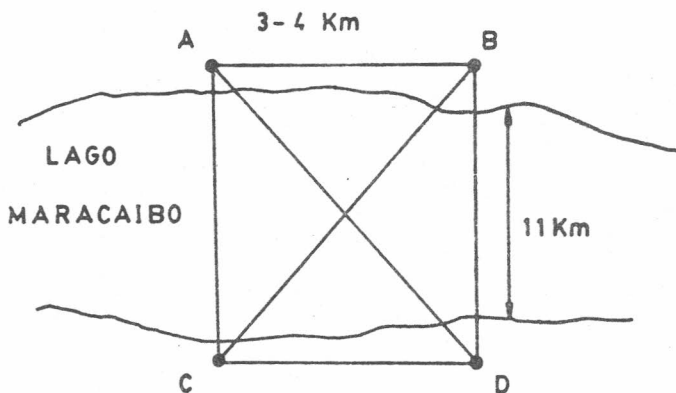


Fig. 16

entraron en la computación definitiva, que era muy primitiva pues se tenían cuatro observaciones y sólo una incógnita: el desnivel. El problema, por lo tanto, no era el cómputo de la red, sino los datos que debían introducirse a fin de obtener el desnivel con la altísima precisión requerida.

Las torres desde las que se hicieron las mediciones (figura 17), estaban formadas por una columna interna piramidal que sustentaba una columna sobre la que se instalaba el teodolito. La altura de estas torres, situadas a unos 25 m sobre el nivel del lago Maracaibo, era de hasta 13m lo que aseguraba que los teodolitos se encontraran por encima del límite de la capa de perturbación en la que no son válidas las leyes físicas de la refracción. Es bien sabido que en la nivelación geométrica se tienen coeficientes k de rango comprendido entre $-8,0$ y $+9,0$, y que en nivelación trigonométrica por encima de una cierta altura puede considerarse el modelo de Jordan que, para este trabajo particular, resultó ser de $0,11$ aproximadamente.

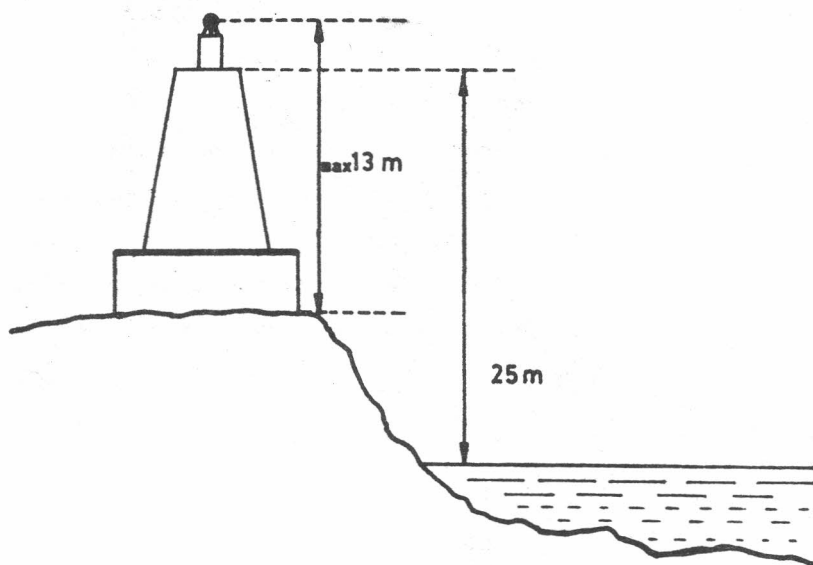


Fig. 17

En cada línea de la red, durante 96 horas de continua observación, cada operador trabajaba durante cuatro horas a las que seguían dos horas de descanso, entrando de nuevo en operación. De esta forma fueron elaboradas un total de unas 15000 series, distribuidas en las cuatro líneas de nivelación trigonométrica, que entraron como valores significativos en la compensación; el error medio de la transferencia de cota entre las dos orillas del lago Maracaibo a través de esta pequeña compensación resultó ser de $\pm 4,3$ mm.

$$\Delta H = 0.036 \text{ m} \pm 4,3 \text{ mm.}$$

Cuando se publicó este trabajo en el año 1962 no había ninguna referencia en la literatura geodésica que pudiera corroborar, o por lo menos subrayar esto, motivo por el cual fue criticado ya que, según las obras clásicas la nivelación trigonométrica era tan insegura que normalmente no debía aplicarse en

trabajos geodésicos de alta precisión. Para acallar las críticas se realizó, después de la construcción del puente, una nivelación geométrica por el método "cruce de río" utilizando los 136 pilares del puente, que tenían casi igual altura sobre el nivel del agua, de 3 a 5 metros; este método se aplicó el número suficiente de veces para que el error medio de la transferencia de cota entre dos pilares tuviera $\pm 0,1$ mm como valor final, lo que causó algunas dificultades en los tramos en que la separación entre pilares superaba los 250 m. Al final de la campaña que duró un año y a lo largo del cual se hicieron 137 cruces, se obtuvo un valor definitivo

$$\Delta H = 0,035 \text{ m}$$

con un error medio de $\pm 1,1$ mm.

Durante casi dos años se tuvieron registrando mareógrafos por lo que se conocía de antemano el desnivel aproximado. Esta diferencia de cotas ΔH tiene su origen en el empuje continuo del viento sobre las masas de agua que son desplazadas siempre en la misma dirección

Después de realizados estos dos trabajos puede hacerse una interesante consideración sobre la exactitud externa ya que tenemos dos métodos completamente independientes. Si nos atuviéramos a decir que los valores obtenidos son significativos habríamos llegado a una fabulosa exactitud de fracciones de milímetro en la transferencia de cota, pero no debemos dejarnos llevar por esta apreciación. Sin embargo, a través de esta comprobación se ha reducido considerablemente el error ya que la exactitud obtenida mediante la primera compensación resultó de $\pm 4,3$ mm y por la segunda comprobación de $\pm 1,1$ mm, pudiendo deducirse un error externo de ± 3 mm en la transferencia de cota entre las dos orillas del lago Maracaibo.

8. EJEMPLOS DE APLICACION

Veamos en primer lugar el trabajo geodésico realizado en la presa de Guri ubicada sobre el río Caroní, afluente del Orinoco, la cual es una de las obras de ingeniería más grandes del mundo.

Para hacernos una idea de la magnitud de esta obra basta con tener en cuenta que el muro de contención de la presa tiene una longitud de 9,5 km, una altura máxima de 162 m y que dará lugar a un lago que se extenderá 150 km a lo largo del cauce. Los primeros trabajos de exploración comenzaron en 1955 y la construcción en 1961. La primera etapa de instalación de turbinas (el proyecto consta de tres etapas) se concluyó en 1968 con una producción de energía de 2100 Mw, calculándose que en su etapa final (1987) la generación total de energía será de 10 000 Mw. Teniendo en cuenta que la aceptación actual de energía eléctrica en Venezuela, uno de los países de **Iberoamérica más avanzados** industrialmente, es de 3,5 millones de kw, esta obra tendrá un gran impacto en su desarrollo.

Cuando en 1955 se decidió iniciar la exploración de esta zona totalmente selvática no había en Venezuela ningún ingeniero ni ningún geodesta, ya que en aquella época este país sólo contaba con algunas escuelas de topografía. Por este motivo se anunció en la prensa nacional e internacional la búsqueda del coordinador del equipo que debía hacer el primer trabajo de exploración en la zona elegida, cuyo potencial hidroeléctrico se conocía a través de levantamientos fotogramétricos y de los caudales de los afluentes del río Caroní, ya que la zona estaba totalmente inexplorada. Fue elegido para la empresa el Dr. Kontra, ex-oficial del Ejército húngaro, dado que, aunque su profesión era la abogacía, había recibido instrucción en topografía y mediciones geodésicas en su Academia Militar. Para la realización del mencionado proyecto, el Dr. Kontra junto con un equipo de

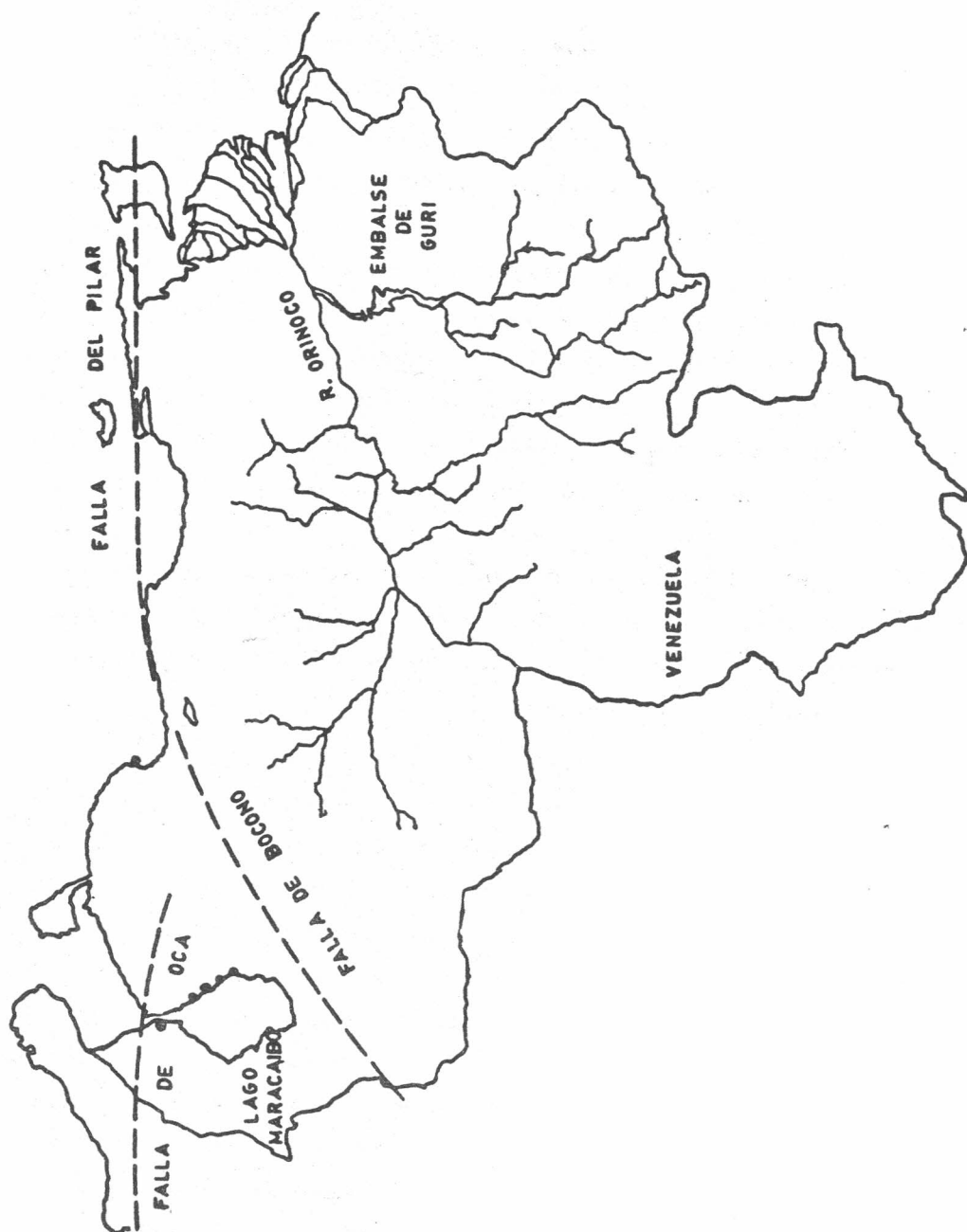


Fig. 18

diez hombres, desembarcó por helicóptero en la ribera del río Caroní contando para su trabajo solamente con algunas fotografías aéreas y restituciones hechas en la escala 1:25 000. A causa de la complejidad del terreno selvático nunca pudo encontrar el helicóptero la situación del desembarco inicial por lo que transcurrido cierto tiempo fueron dados por desaparecidos iniciándose los trámites de contratación del nuevo levantamiento con una compañía francesa. Cuando después de un largo tiempo el Dr. Kontra había finalizado su trabajo, inició el regreso orientándose por el río y a base de hacer "trochas" en la selva, invietiendo seis meses en ello. La extensión y calidad del material traído fue tal que permitió un adelanto de dos años en el trabajo de construcción de la presa, siendo encargado, en reconocimiento, como jefe del "Departamento Topográfico del Aprovechamiento del río Caroní". Gran parte de la información expuesta en este punto proviene del Dr. Kontra.

Estudiemos ahora el control geodésico de la represa de Guri. Parte de ésta ha sido tarea encargada a la Universidad de Zulia. La red de control de comportamiento de la obra y sus alrededores está instalada en un 80 por ciento (Parte de esta tarea ha sido encargada a la Universidad de Zulia). Para dicho control geodésico se llega directamente a la obra con el sistema de coordenadas nacionales (UTM) por una expansión del primer orden sobre el tercer orden. Es un caso muy excepcional y digno de destacar el que una obra de tal magnitud se calcule, se planifique y se termine en el sistema geodésico nacional.

La primera red de la obra está formada por los puntos 6-Izquierdo y 6-Derecho elegidos entre diferentes posibles emplazamientos del muro de contención de la presa en las márgenes izquierda y derecha del cauce del río. Estos fueron los dos primeros puntos instalados en Guri por el propio Dr. Kontra cuan-

do volvió a la zona para iniciar el trabajo geodésico. La expansión de la red se hizo en forma práctica según las óptimas condiciones de aquel entonces, con una medición de base. La red de tercer orden no daba la suficiente exactitud por lo que se eligió el punto 6-1 como origen de un sistema de coordenadas locales y con una orientación a Sabaneta (punto de la Red Nacional). Esto ya no se varió jamás y todas las mediciones subsiguientes se hicieron ya con una precisión mayor según estas mediciones de base y las mediciones angulares.

Hablemos ahora de las redes de replanteo. Hemos mencionado que tenemos la Red Nacional, la red de la obra y las distintas redes de replanteo. Según esto vamos a interpretar la interrelación entre las redes de replanteo y las redes de la primera y última fase de construcción de la presa de Guri. Fig. 18a.

Sean

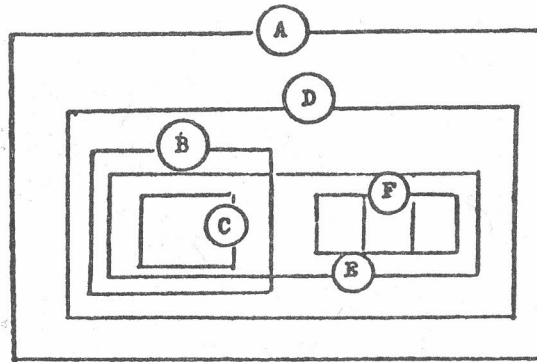
- A: cuadrilátero de la cadena del Caroní.
- B: red de la obra correspondiente a la primera fase.
- C: redes de replanteo.
- D: red de replanteo de la última fase.
- F: redes de detalle de la última fase.

En el punto anterior vimos la red de la obra de la primera fase. Dentro del marco de esta red B funcionaron diferentes redes de replanteo durante los diez años transcurridos desde la instalación de la red de la obra, las cuales, siempre apoyándose en puntos de la red de la obra, aparecían, desaparecían y se reinstalaban según el progreso de la propia obra, no existiendo prácticamente, puntos fijos, aunque algunos fueron empleados en las redes subsiguientes. La interrelación fue de A a B, de B a C y viceversa, siendo por lo tanto de doble control.

El trabajo se inició en uno de los extremos por lo que al extenderse la obra a los casi 10 km de longitud del muro de contención, las redes C_1 tendían a desaparecer siendo sustituidas por una red de la obra más extensa (red D) que incluía B y toma-

ESQUEMA DE LA INTER-RELACION DE LAS REDES DE REPLANTEO DE LA PRIMERA
Y LA ULTIMA FASE DE CONSTRUCCION DE LA PRESA DE GURI

LAMINA I



(A) CUADRILATERO DE LA CADENA DEL CARONI

(B) RED DE LA OBRA DE LA PRIMERA FASE

(C) REDES DE REPLANTEO

(C) — (B) — (A) INTER-RELACION

(D) RED DE LA OBRA DE LA ULTIMA FASE

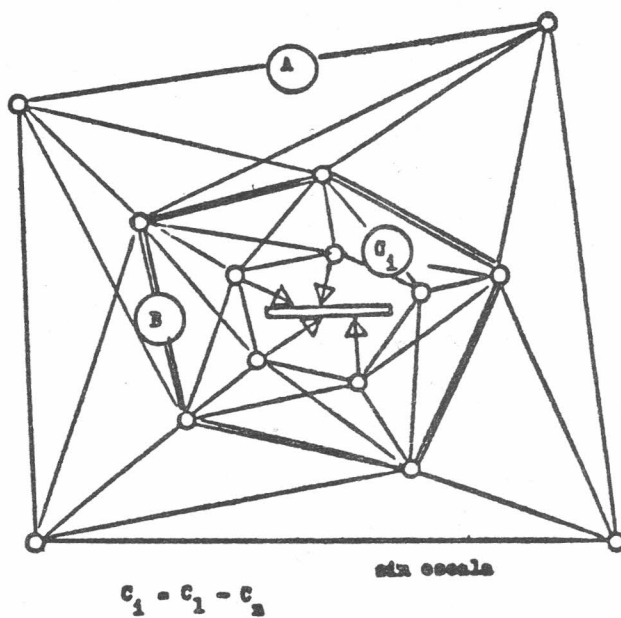
(E) RED DE REPLANTEO DE LA ULTIMA FASE

(F) REDES DE DETALLE DE LA ULTIMA FASE

(F) — (E) — (B) — (D) — (A) INTER-RELACION

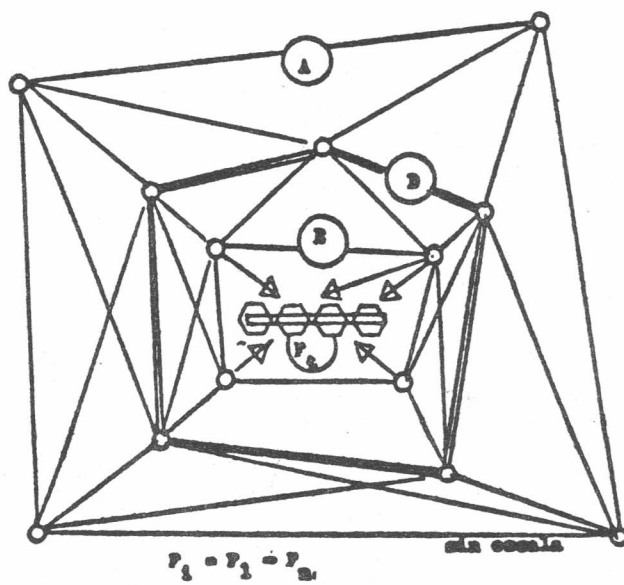
Fig. 18 (a)(1)

Fig. 18(a)(1)



EjemPlo

Fig. 18(a)(2)



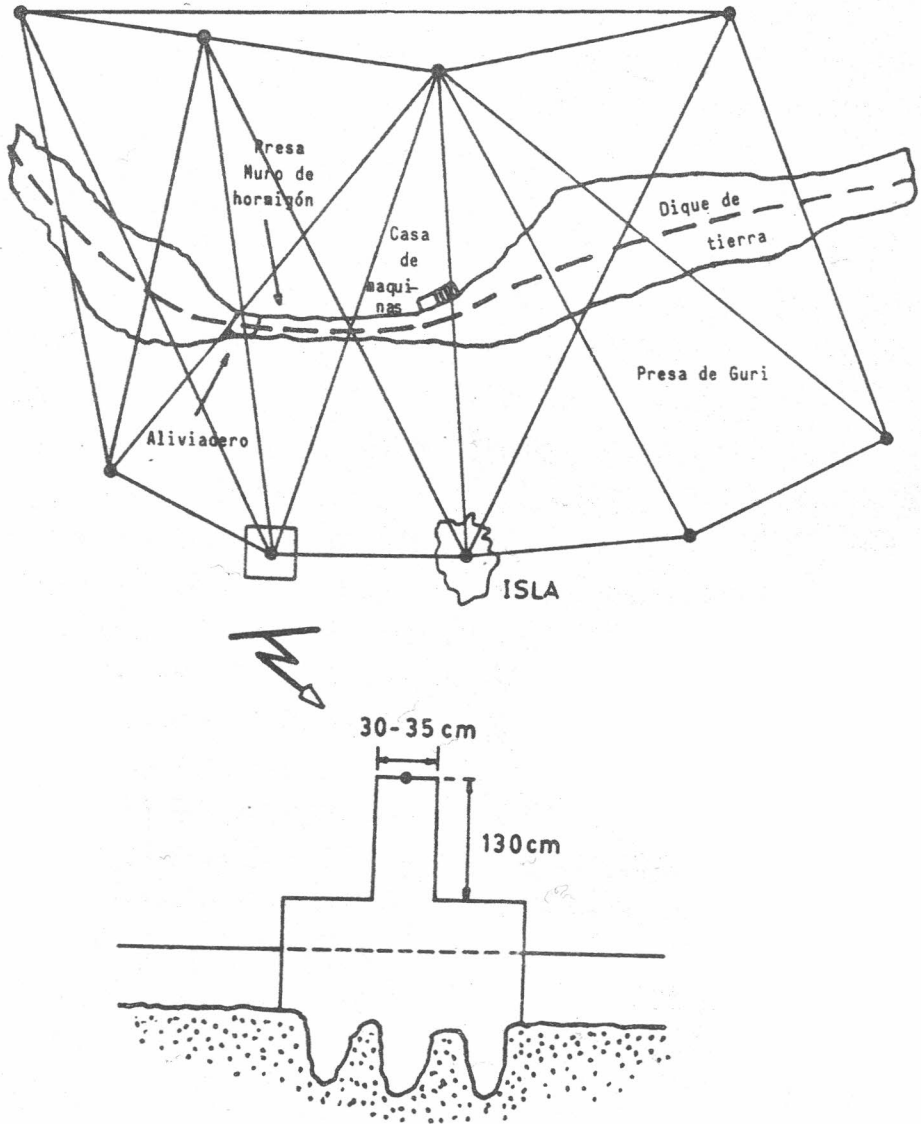


Fig. 19

ba parte de las C_i . La interrelación entre A y D es prácticamente directa.

Finalmente, en E tenemos la red de replanteo de la última fase, que también tiene en cuenta C, pues aún se trabajaba en estas últimas.

En la figura 19 puede verse, en forma aproximada, la planta de la presa de Guri, y en ella las salas de máquinas y el aliviadero, la cual se moldea en su ubicación según la topografía del terreno; se han utilizado en su construcción algunas colinas que se incorporaron al propio muro de contención, motivo por el cual presenta una topografía ondulante.

Para esta obra la Escuela Geodésica diseñó una red de control a posteriori que pertenece a un proyecto geodésico y geofísico. Como la duración del control se proyectó para unos 150 años, se diseñaron estaciones fijas en roca, en la que se hicieron excavaciones donde penetra una gravilla de hormigón armado perteneciente a un bloque de concreto de entre uno y dos metros cúbicos cuyo peso oscila entre 2,5 y 5 toneladas; sobre este bloque hay una columna de 130 cm de altura y un diámetro que varía entre los 30 y los 35 cm. La red está instalada, en forma inicial, alrededor de la presa en ambos márgenes y sobre algunas islas. El resultado de su observación ha proporcionado exactitudes en las coordenadas por debajo de un centímetro, pero, aunque en algunos puntos se han alcanzado los 5 mm, esto no es aún suficiente ya que se pretende aumentar la precisión de la red hasta llegar a 1,5 mm. Esta red tendrá correlación directa con la gravimétrica.

Tenemos así:

- (a) Control geodésico del movimiento y deformación del muro de contención y sus alrededores.

Como hemos visto, la primera red geodésica se encuentra alrededor del

muro de contención. La tarea que resta ahora es situar redes geodésicas alrededor del embalse (figura 20), aplicando la tri-

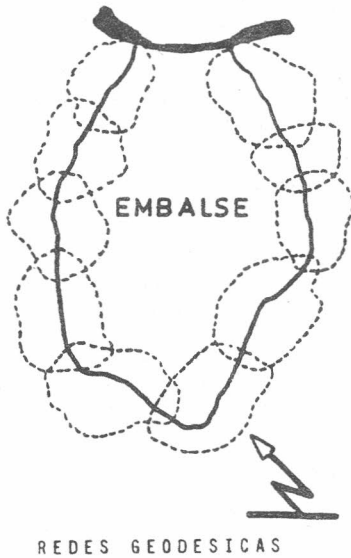


Fig. 20

angulación por bloques, método de gran aplicación en fotogrametría aérea, ya que de esta forma cada red mantiene su propia precisión interna no trasladándose, a través de una compensación común de todo el anillo, ciertas influencias de una zona a otra de la red global.

(b) Control gravimétrico

Estimamos el cambio de geoide producido por la compresión y por la masa adicional, en 20 cm.

(c) Control sismológico

Hemos mencionado en un punto anterior que ya se ha producido el primer gran sismo inducido por la carga del agua embalsada en la presa de Guri. Este es el primer sismo de este origen que se produce en esta presa pero no en el mundo ya que se tiene información de unos 30 sismos inducidos por cargas de agua, todos ellos de magnitud considerable, uno de los cuales causó la rotura del muro de contención de la presa en California, cerca de Los Angeles.

El evento sísmico a que hacíamos referencia tuvo una magnitud de 4,7 en la escala de Richter, habiéndose localizado su epicentro unos 65 km al norte del emplazamiento de la presa. Este hecho es sumamente interesante pues pone de manifiesto que el epicentro de un sismo inducido no tiene por qué estar directamente debajo de la carga que lo produce. Conversaciones con sismólogos y otros expertos en Ciencias de la Tierra nos condujeron a la opinión de que podría tratarse de una ruptura nueva que tuvie-

ra por causa la existencia en algún punto de la corteza terrestre de una cierta acumulación de esfuerzos, que fue liberada en forma de sismo a causa de la carga crítica adicional.

Tomando como base este hecho el sismólogo Javier Aparicio hizo una interesante investigación estudiando el ruido sísmico producido por la carga del río Orinoco, cuyo régimen de agua puede verse en la figura 21; en ella se representa la **variación**

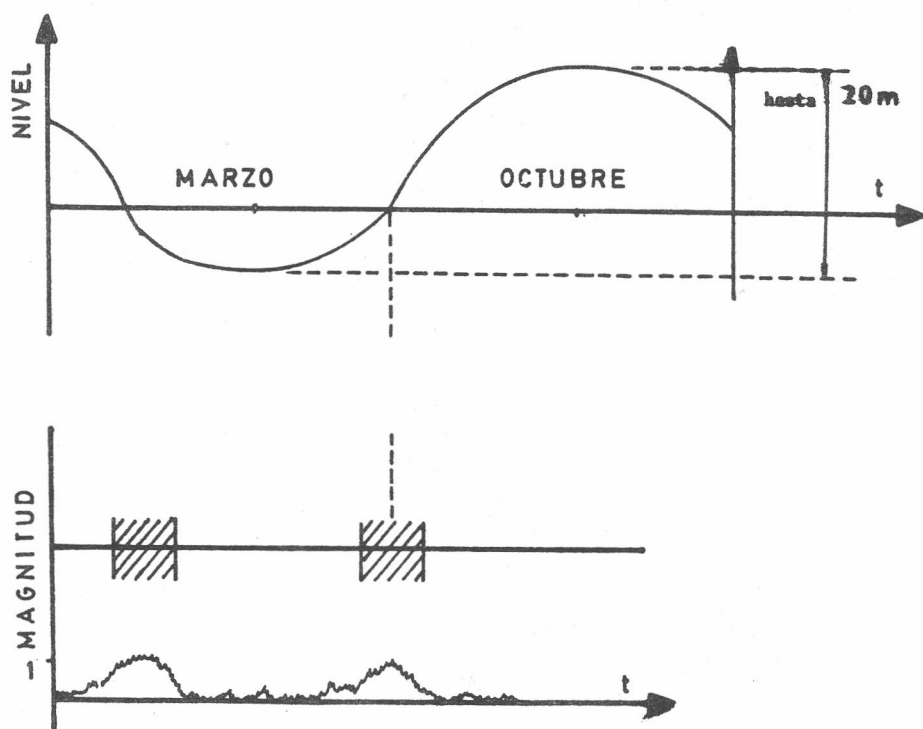


Fig. 21

estacional del nivel de agua del río y se observa que éste es máximo en octubre y mínimo en marzo. La diferencia entre estos dos valores es aproximadamente entre 18 y 20 m. La anchura máxima del río Orinoco llega a 20 km, mientras que en el punto más

estrecho, denominado Angostura y donde se encuentra Ciudad Bolívar, hay una formación rocosa en la que la anchura del cauce es de solamente 1,5 km; en este punto la profundidad del río es de 120 m, los cuales están 110 m por debajo del nivel del mar ya que en Angostura hay 10 m de desnivel entre la superficie libre del río Orinoco y la del mar. El Dr. Aparicio descubrió que el máximo ruido sísmico se producía siempre en las épocas de máximo cambio de nivel alcanzando una magnitud de 1 en la escala de Richter y fue perceptible por la alta precisión de los sismógrafos instalados cerca del propio río.

La publicación de este revolucionario trabajo del Dr. Aparicio puso de manifiesto la importancia de la carga de agua dentro del embalse de la presa de Guri.

A continuación vamos a describir las experiencias geodésicas realizadas en una zona de subsidencia petrolífera. Como es bien sabido, Venezuela es un país petrolífero en el que hay una zona de 150 km de longitud y casi 100 km de ancho en las proximidades del lago Maracaibo que cuenta con unos 20 000 pozos de petróleo. Su extracción en esta zona desde 1925 ha producido grandes deformaciones de la superficie terrestre y la subsidencia ha llegado a ser de hasta 5 m por debajo del nivel del mar en algunos puntos; por esta razón ha sido necesario el construir gigantescos diques de protección con una longitud total de 65 km y una altura de 15 m sobre el nivel de base que impidiesen la inundación de los diversos núcleos urbanos habitados por unas 200 000 personas nacidos a partir del desarrollo industrial ligado a los campos de petróleo. En la zona petrolífera del cono de subsidencia no se ha producido únicamente deformación ya que se han formado grietas de entre 20 y 30 m de profundidad; se trata, por lo tanto, de pequeñas fallas geológicas producidas en la corteza terrestre, cuya profundidad tiende a aumentar.

En este punto se presenta un proyecto llevado a cabo por la Escuela Geodésica que tiene como principal objetivo el control de este movimiento horizontal. Para realizar rápidamente este control se ubicó una poligonal de alta precisión con las características expuestas en los primeros puntos, es decir, conteniendo todo el poder del nuevo análisis de datos, redes libres y pesos adecuados, líneas intermedias, puntos poligonales, etc. Se introduce, además, información gravimétrica e información vertical, de modo que después de diez años de observación se está en condiciones de describir el comportamiento tridimensional de la zona.

Veamos las características más sobresalientes así como algunos resultados de interés. La poligonal tiene una forma rectangular bastante regular ofreciendo un trabajo cómodo con la única excepción de una estación que no fue posible conectar, por lo que se eliminó del análisis. Después de la compensación de la poligonal se han obtenido 8 mm como error medio de las coordenadas, 2 mm en la nivelación y 7 μ g en la gravedad.

Dado que el crecimiento de la subsidencia es bastante fuerte, pues su valor es de más de un centímetro al mes, el método microgravimétrico es altamente significativo. Por este motivo se ha pensado en controlar la subsidencia de la zona sustituyendo la nivelación directamente mediante microgravimetría. Este es un método excelente ya que dada la extensión de la zona de subsidencia, las redes de nivelación que deben compensarse constan de un total de 3 000 puntos. En este trabajo determinamos los valores relativos a un punto de la red y obtenemos estos valores como diferencias entre la gravedad en ese punto y las correspondientes a cada una de las estaciones.

Veamos ahora el comportamiento de las componentes Δx , Δy después de transcurridos 6 meses desde la primera campaña. Aun-

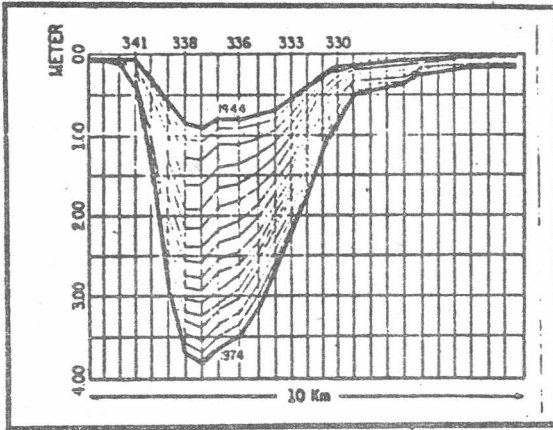


Fig. 22

Cono de subsidencia del campo petrolífero de Tía Juana.

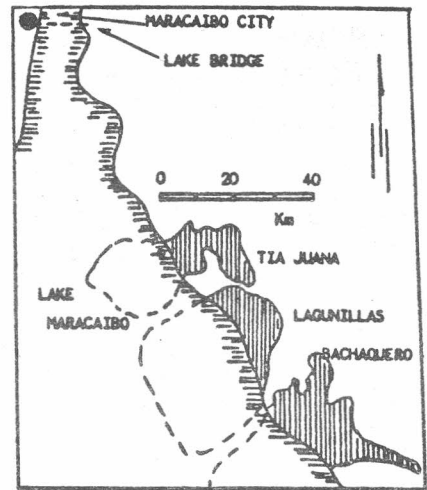


Fig. 23

Localización de los campos petrolíferos.

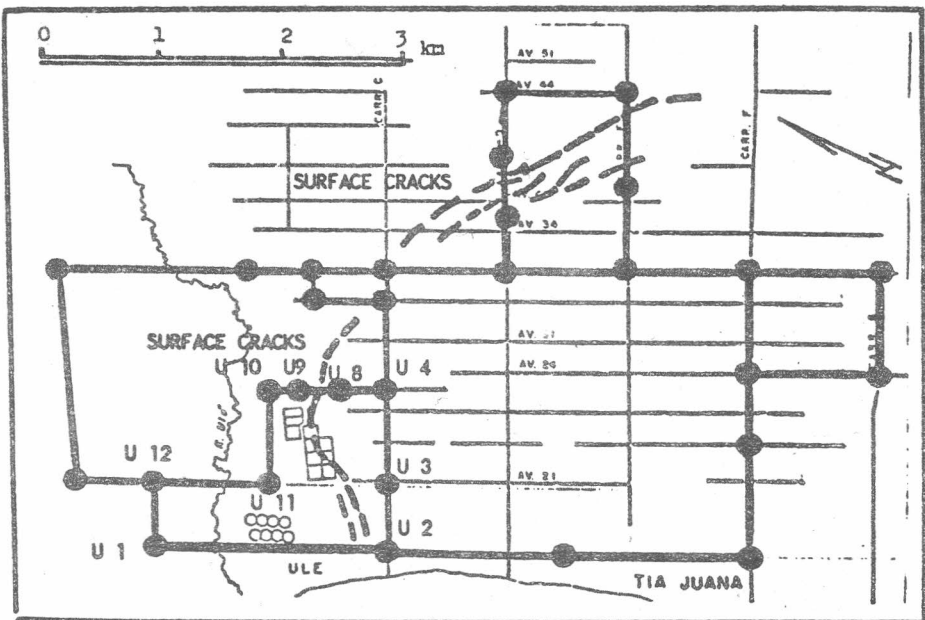


Fig. 24

que algunos de los vectores desde el punto de vista estadístico no son significativos, sin embargo, se orientan según giros de sentido contrario, como puede verse en la figura 25, a cada lado de las grietas. Si escogemos ahora en cada uno de los cam-

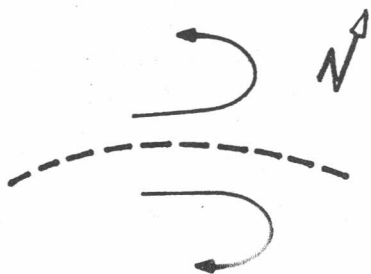


Fig. 25

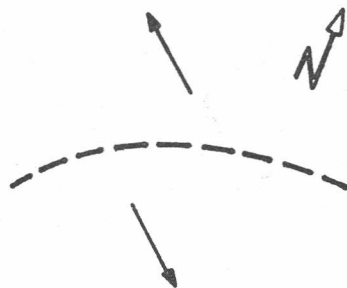


Fig. 26

pos determinados por la línea divisoria de la grieta el vector resultante vemos (figura 26) que estos vectores, cuya magnitud es bastante fuerte, son casi paralelos y de signo contrario. Según la propagación de errores la exactitud queda destacada, y se observa que, a pesar de que dentro del paquete de campo algunos de los vectores no tenían una magnitud significativa, dentro del vector resultante contribuyen a que dicho vector como expresión de campo sea significativa.

La distribución de las elipses de error es bastante uniforme, y las hay en cada punto, ya que se ha considerado la red en esta compensación completamente libre. Estas elipses de error presentan una tendencia a ser circulares, lo que demuestra que la conjugación entre ángulos y distancias ha sido bastante buena.

En lo que hemos expuesto, las observaciones estaban separadas 6 meses (julio-diciembre). Si hacemos ahora la comparación entre los resultados de las mediciones correspondientes a

los años 1978 y 1982 nos encontramos con que el giro se ha invertido completamente (figura 27). Esto ha dado lugar a la con-

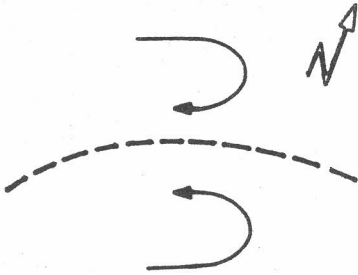


Fig. 27

clusión de que los resultados anteriores están generalmente influidos por los regímenes de lluvias, los cuales cierran las grietas en superficie. Esta hipótesis quedó confirmada por la comparación de los resultados de dos épocas de sequía (noviembre-diciembre) de los años 1978 y 1982.

La figura 28 nos muestra el cálculo en forma tridimensional. En ella se representa en forma vectorial el acimut de la dirección del vector suma de las tres componentes y mediante lí-

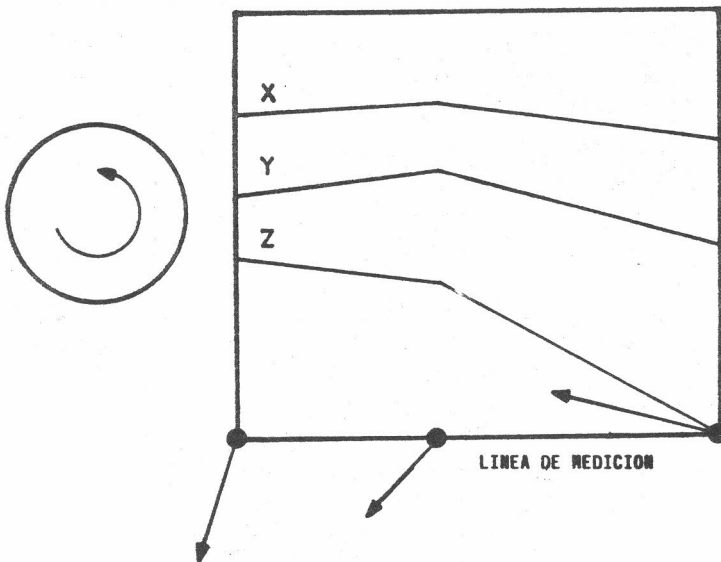


Fig. 28 a

neas los desplazamientos x , y , z . Esta representación tridimensional que proporciona el giro ayuda en el estudio del comportamiento de la corteza terrestre a lo largo de estas poligonales que cubren zonas reducidas.

La Fig. 28b muestra la representación tridimensional a lo largo de dos líneas, en siete estaciones.

9. NEOTECTONICA

Finalmente hablaremos de la tectónica de placas refiriéndonos en particular a la zona de la falla de Bocono donde chocan las placas tectónicas del Caribe y Sudamérica relacionándola con la Geodesia e introduciendo la situación de la sismicidad. En lo que se refiere a esta última, vemos de qué forma influye el ruido sísmico en la zona de las fallas de Bocono y del Pilar, cuya magnitud alcanza un valor de 3 en la escala de Richter. En los alrededores de la presa de Santo Domingo hemos registrado entre 80 y 100 sismos por día; este fenómeno es similar al del Sur de España donde chocan las placas euroasiática y africana, aunque de mayor magnitud ya que, en el caso de Venezuela, los Andes aumentan su altitud a razón de 1 cm por año, habiéndose detectado movimientos y deformaciones a lo largo de la frontera de las placas de hasta 9 cm en los últimos 10 años.

En esta última parte comenzamos a partir del año 1973 en el que iniciamos el control geodésico de estos fenómenos geológicos, tanto tectónicos como su correlación con la sismicidad de la propia zona, como de la magnitud de estos movimientos. Los geólogos afirman que existe un movimiento transcurrente lateral de 1 cm por año a lo largo de las placas, mientras que por otro lado evidencias gravimétricas, obtenidas a partir de perfiles perpendiculares a los bordes de la falla, demuestran que se produce una fuerte compresión que debe dar lugar a deformaciones, que, aunque no se trate de movimientos, ocasionan desplazamientos. Si ambas orientaciones científicas tienen razón, el desplazamiento debe ser observado como una composición de des

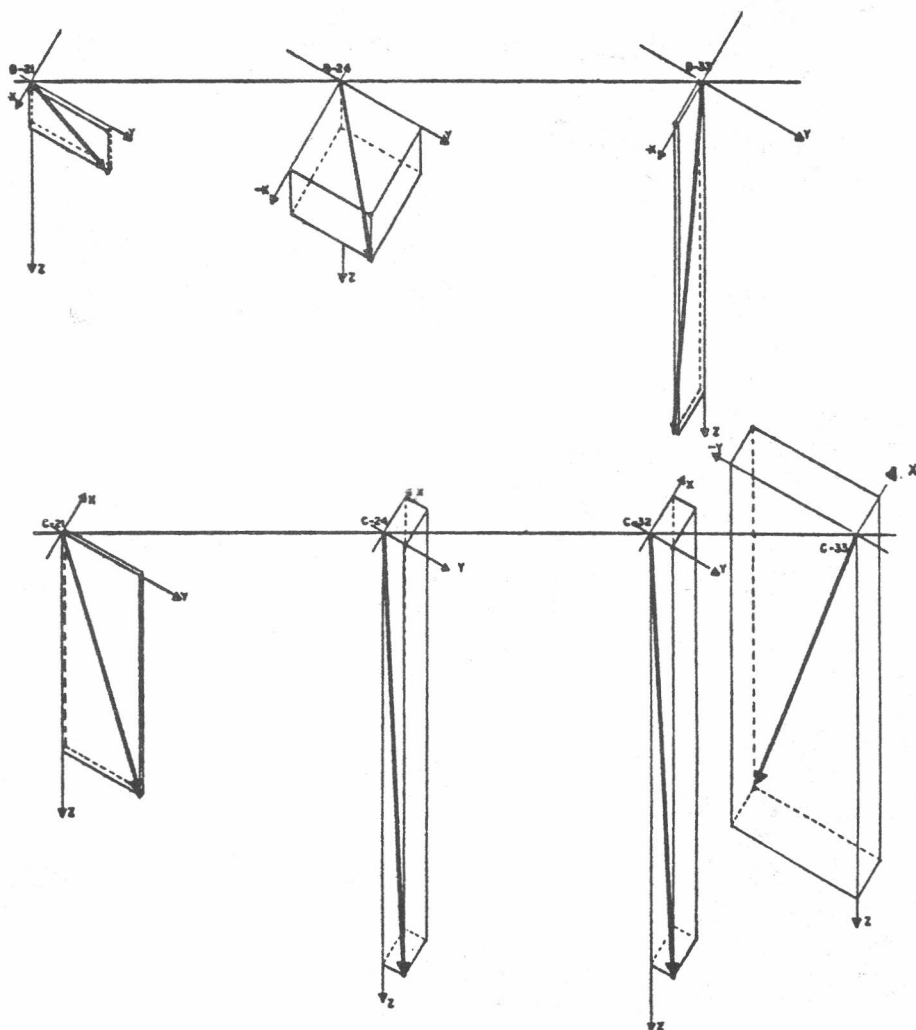


Fig. 28 b. REPRESENTACION TRIDIMENSIONAL A LO LARGO DE
2 LINEAS DE MEDICION, EN 7 ESTACIONES.

PERFILES DE GRAVEDAD CON ANOMALIAS DE BOUGUER

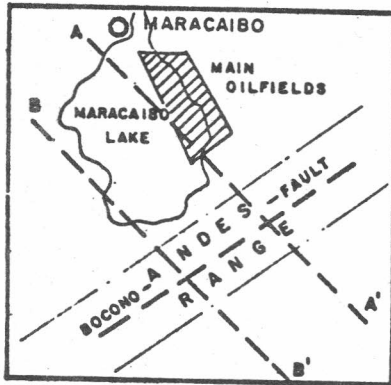
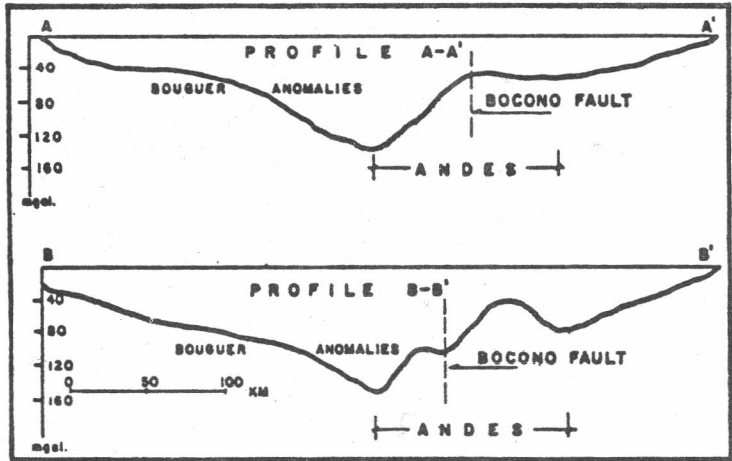


Fig. 37 a

DISTRIBUCION DE CENTROS DE TERREMOTOS

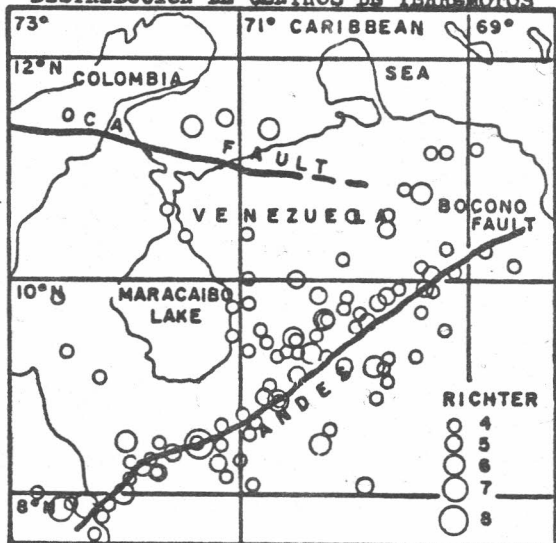


Fig. 31 a

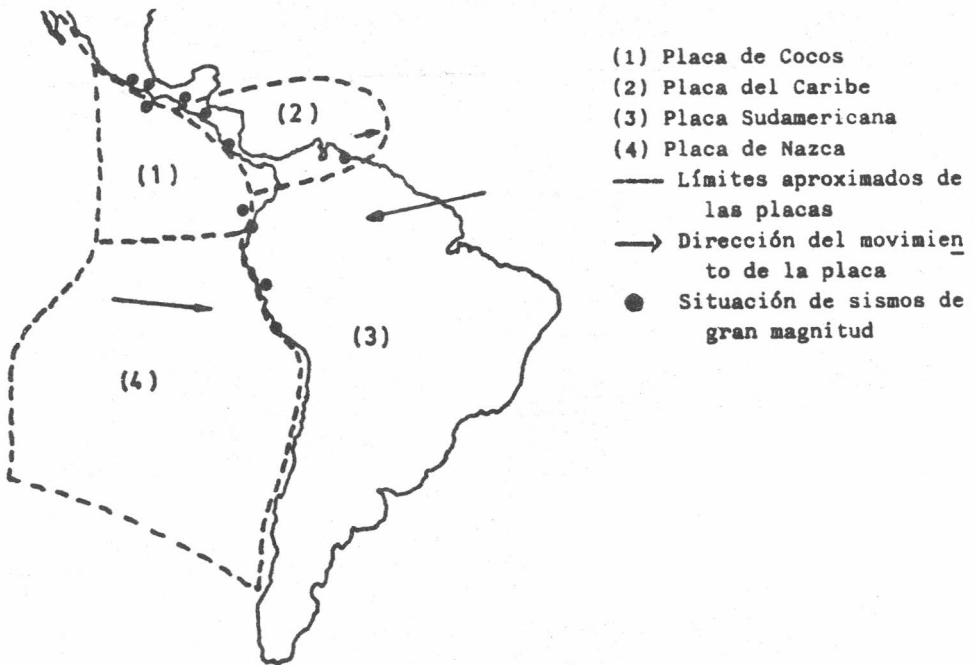


Fig. 29

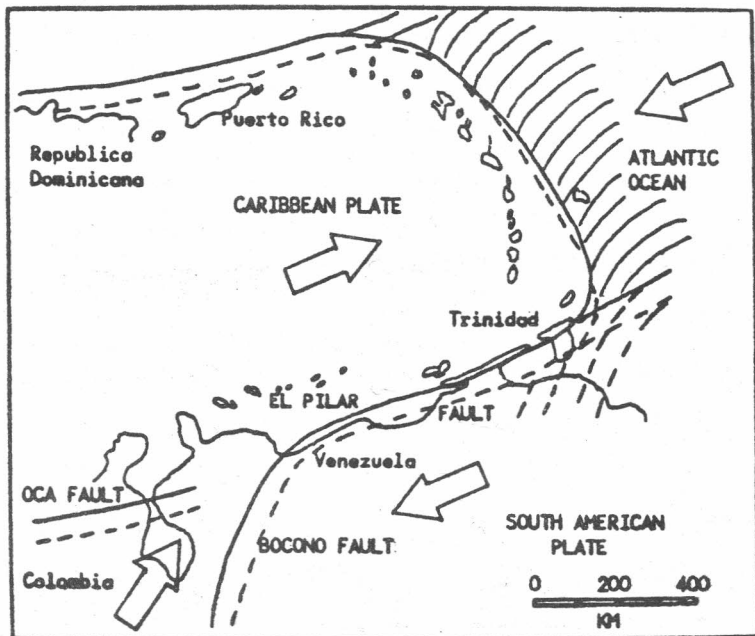


Fig. 30

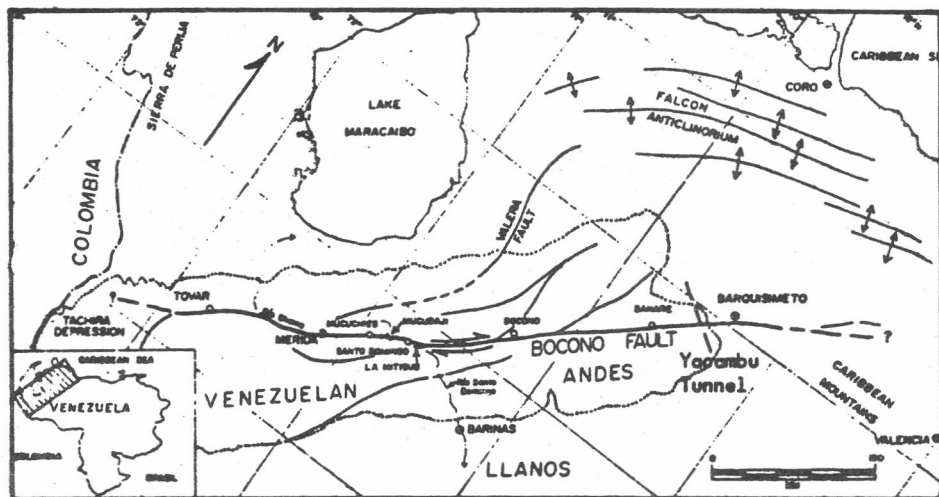


Fig. 31

plazamiento horizontal debido a la compresión (los puntos se desplazan hacia la fractura) con el desplazamiento a lo largo de la falla. Esta hipótesis se ha comprobado en algunas zonas, pero no en las zonas de contacto curvas ya que en ellas se producen rotaciones, movimientos y deformaciones muy particulares; además, las redes de observación no son aún muy extensas ya que estamos iniciando esta investigación.

Terminaremos extendiendo este tipo particular de investigación geodésica a la era espacial al describir la forma de incorporar la Geodesia por satélites y la VLBI.

Recordemos los tres tipos principales de fallas:

- 1.. Normal (figura 32 (a)).
2. Transcurrente dextral (figura 32 (b)). Las de Boco-
no y Sur de España pertenecen a este tipo.

3. Inversa (figura 32 (c)).

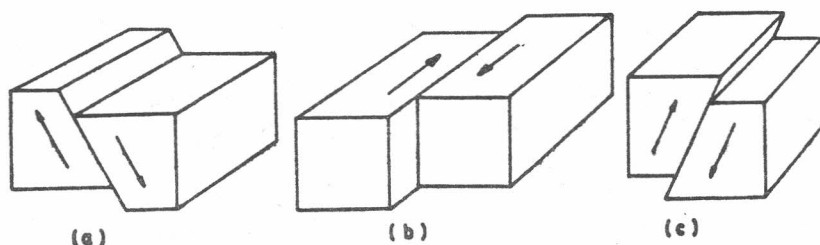


Fig. 32

Veamos ahora un modelo de dislocación a lo largo de una falla geológica que da lugar a un terremoto. Se observa en las figuras 33 y 34 cómo aparecen vectores de esfuerzo de origen tectónico que producen deformaciones reales en la corteza terrestre curvando las líneas que cruzan la falla; esta deformación aumenta hasta que en un cierto instante las rocas situadas en la línea de mayor deformación se fracturan. La ruptura a lo largo de la línea de la falla libera la energía elástica almacenada en forma de calor y como ondas elásticas que constituyen el sismo. A partir de este punto, el desplazamiento se produce en la línea de la falla en forma directa. Este proceso es idéntico en los tres tipos de fallas.

El gran terremoto producido el 16 de junio de 1964 en Niigata (Japón) es un claro ejemplo de que los investigadores japoneses han llegado a través de un trabajo multidisciplinario a predecir un sismo con media hora de antelación que, por lo tanto, pudo ser filmado. El fenómeno observado fue el siguiente: en un punto de calibración de la red sísmica de control japonesa, así como en otros puntos pertenecientes a la línea costera próxima a Niigata, se produjo un ascenso continuo de la superfi

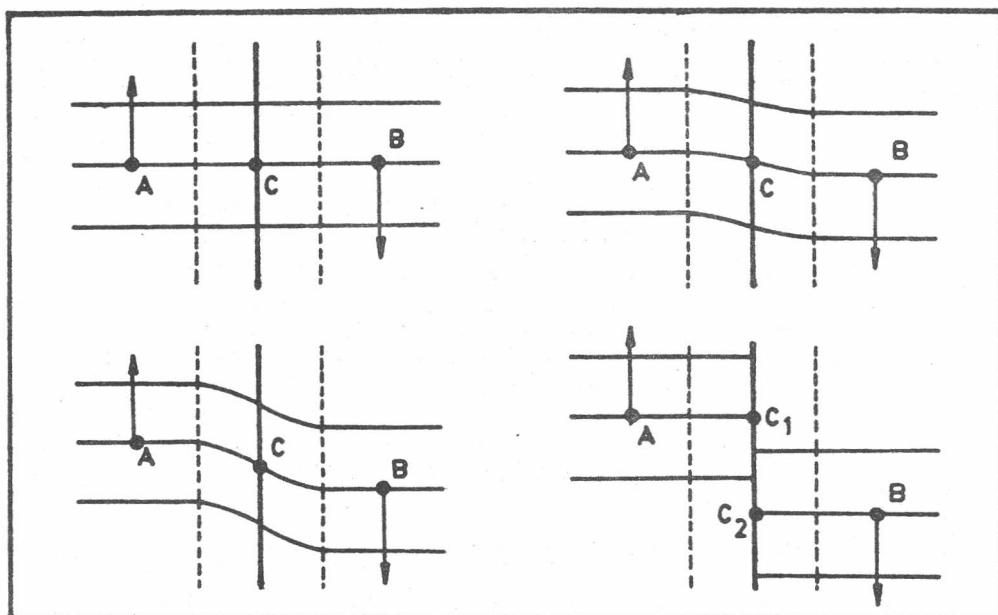


Fig. 33

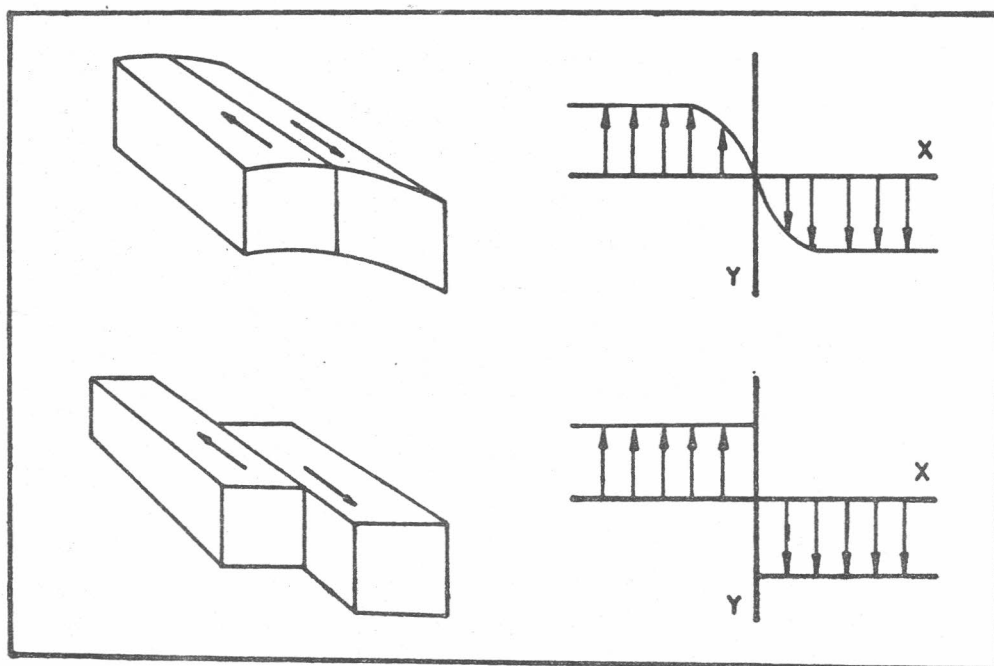


Fig. 34

cie terrestre entre los años 1900 y 1964 que, como puede verse en la figura 35, aumentó rápidamente en el transcurso del año

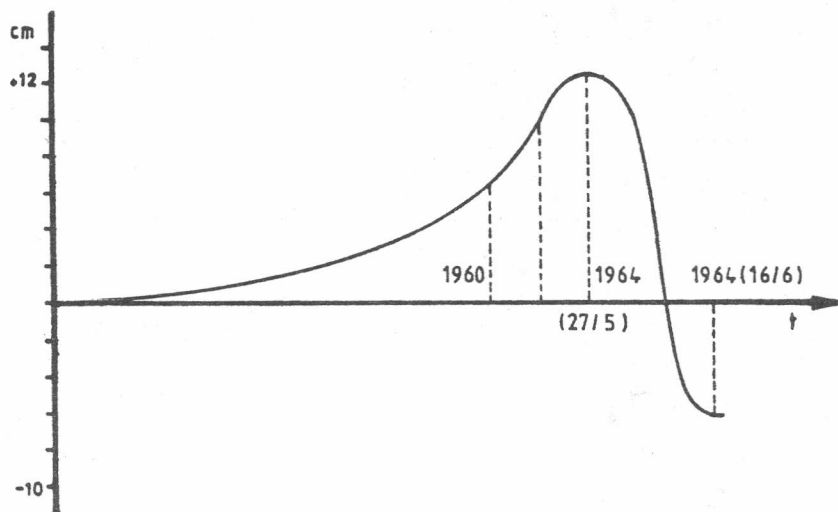


Fig. 35

anterior al terremoto, pero 20 días antes del mismo se transformó en un brusco descenso de más de 20 cm.

Otro ejemplo, de signo contrario al anterior, es el asociado al gigantesco sismo, de magnitud 8-6 en la escala de Richter, ocurrido el 28 de marzo de 1964 en Alaska donde algunas casas se desplazaron horizontalmente 50 metros, grandes extensiones de acantilados se deslizaron hacia el océano y se formaron grietas de 10 m de anchura que se cerraron inmediatamente. Se ha podido apreciar que en una zona de casi 100 km de extensión que incluye la zona del epicentro aparecía un ascenso continuo de la superficie terrestre cuyos valores, como puede verse en la figura 36, eran de 10 cm un año después del evento sísmico, 30 cm en 1968, 50 cm después de once años (1975) y continúa en la actualidad.

Estos fenómenos de elevación y subsidencia asociados a los movimientos sísmicos nos muestran que aunque en la actualidad

estamos en el inicio, las Ciencias de la Tierra podrán predecir en un futuro, quizás lejano, los terremotos.

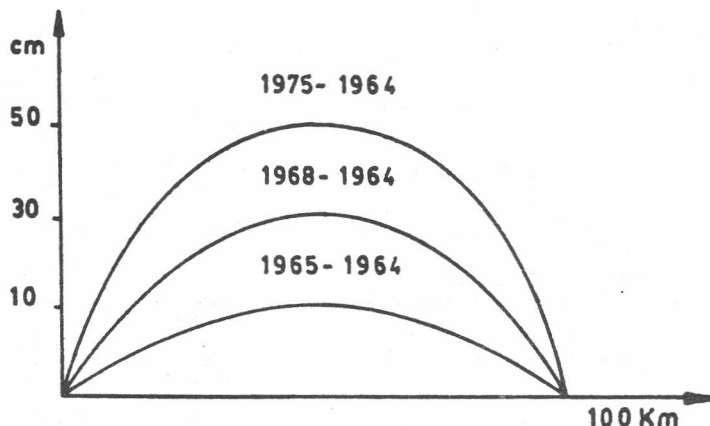


Fig. 36

En las figuras 18, 29, 30, 31 y 31a puede verse la situación de las placas tectónicas de Cocos, Caribe y Sudamericana así como la tendencia actual de sus desplazamientos (indicada mediante flechas). En ellas puede verse además la situación de las fallas de Bocono, del Pilar y de Oca, así como los epicentros de los principales sismos que se acumulan a lo largo de la falla de Bocono, al sur del lago Maracaibo, en la que hay una fuerte compresión a ambos lados en dirección a la falla, que produce una elevación de los Andes a razón de 1 cm por año; se trata de una subducción de la zona norte por debajo de la placa Sudamericana junto con una fuerte compresión. Al mismo tiempo se produce un desplazamiento a lo largo de la línea de separación de las placas denominado movimiento lateral. Tenemos así, en superficie, una combinación de componentes de deformación dirigidas hacia la falla con componentes de movimientos.

En la figura 37a se presentan los campos petrolíferos al

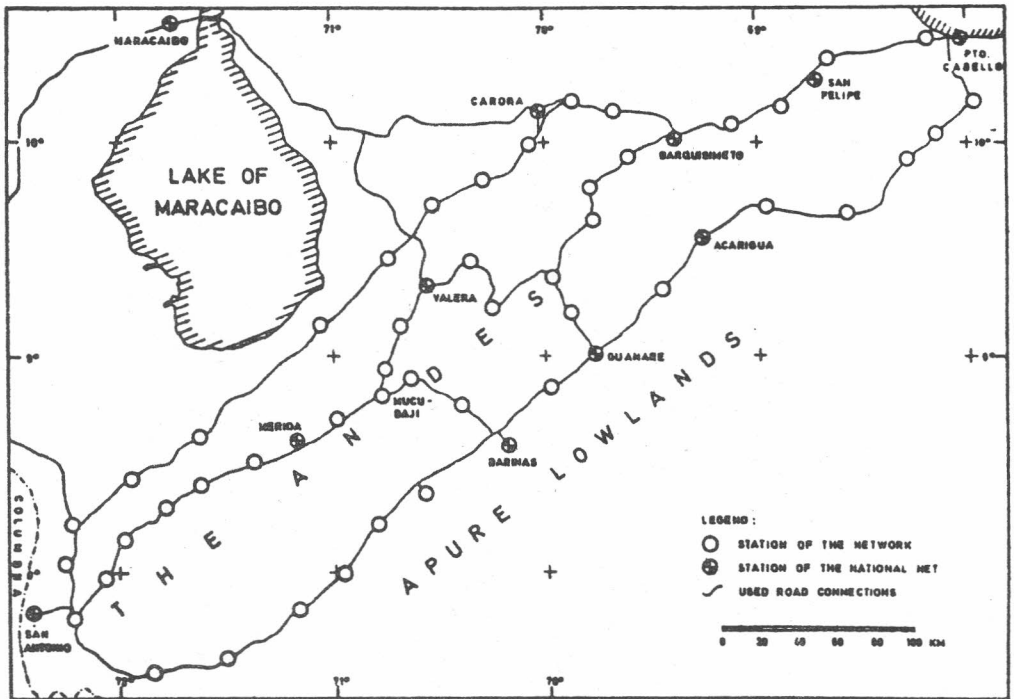


Fig. 37

este del lago Maracaibo y los perfiles gravimétricos medidos hace aproximadamente 20 años a partir de los cuales se han obtenido anomalías Bouguer, todas ellas negativas, del orden de los 150 mg. La Fig. 37b muestra la red gravimétrica de los Andes, instalada recientemente.

Vemos ahora en la figura 38 una representación esquemática de las redes geodésicas instaladas y planeadas a lo largo de la falla de Bocono:

1. En MUCUBAJI, punto de mayor altitud de los Andes (4700 m), se han situado dos redes geodésicas cuyo conjunto está formado por una pequeña red de 2 km incluida dentro de otra red que se extiende a 10 km a lo largo de la línea de la falla. En la figura 39 pueden verse ampliadas.

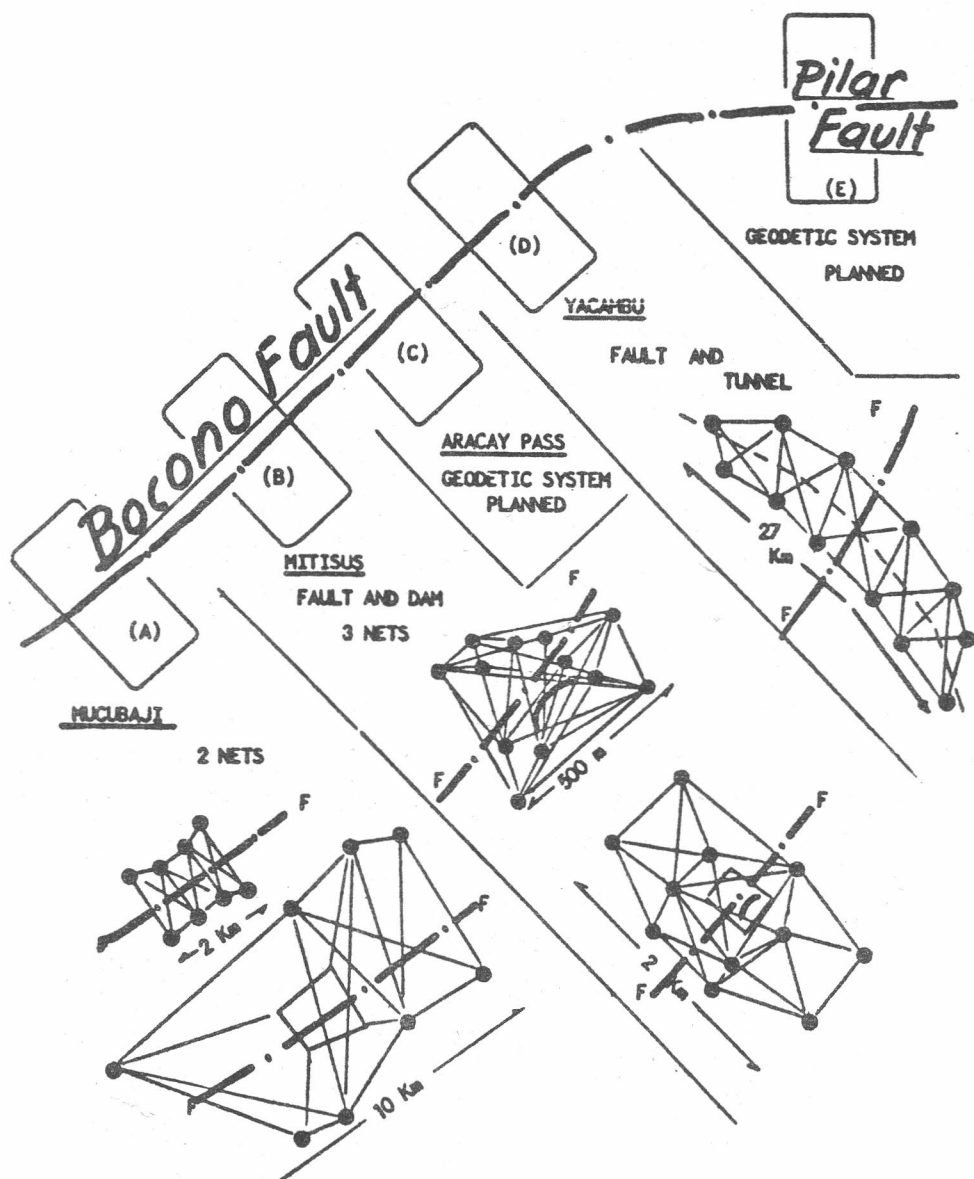


Fig. 38

Estas dos redes fueron instaladas en el año 1973 y se remidió la de mayor extensión sólo una vez ya que la duración de la campaña de observación, dadas las características climáticas de la zona, duró un año. La red menor ha sido remedida 20 veces y se ha obtenido una información bastante amplia. En la figura 39

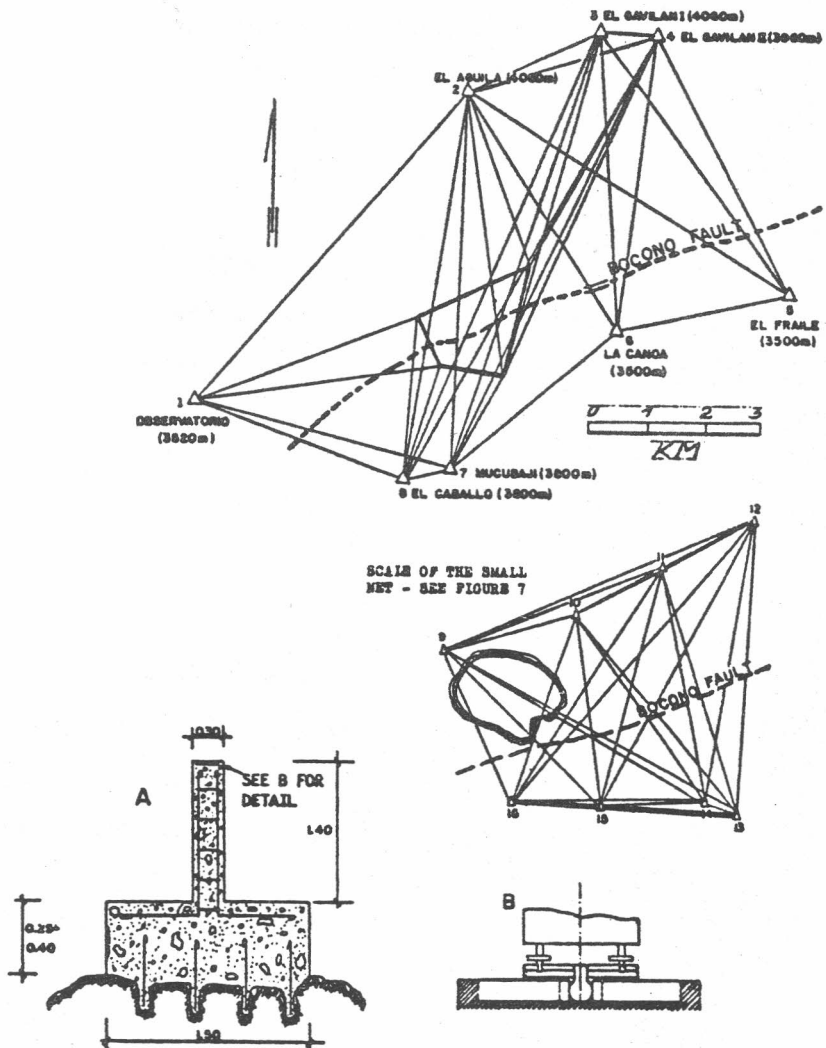


Fig. 39

podemos ver una sección de la estructura de las estaciones de observación así como un detalle del centrado forzoso. De estas estaciones se dispone en la actualidad de 30 ya que la construcción de cada una de ellas, dada la dificultad del acceso, dura cerca de un mes.

El primer resultado de la red secundaria se obtuvo a través de una compensación de red libre en 1975.

El Dr. Linkwitz realizó mediciones mekométricas en los años 1976 y 1979 en las que fue ayudado por nosotros que hicimos mediciones angulares con teodolitos; hay que destacar que los cuatro mekómetros empleados en estas campañas quedaron inutilizados por la altitud.

Nosotros utilizamos en la medida de distancias los instrumentos ELDI 2 y ELDI 3 de la casa Zeiss y teodolitos T3 y DKM3 en las medidas angulares. Dado que hemos descubierto que las redes libres no son adecuadas para poner de manifiesto deformaciones y desplazamientos, hemos mantenido el lado sur fijo y calculado la zona norte respecto a él, y, como antes habíamos mencionado, se manifestó la existencia de dos componentes: la componente perpendicular de compresión y la componente transcurrente dextral. Asimismo, tal como se esperaba, se ha detectado que en el lado sur de la falla de Bocono, donde están los Andes, el movimiento vertical es mucho mayor que en la zona norte.

2. En MITISUS tenemos tres redes geodésicas de precisión:

- a) La red principal de control de la presa de Santo Domingo.
- b) Un pentágono como sistema de seguridad de la misma presa, calculado independientemente, que forma parte al mismo tiempo de la red interior y de la exterior. Estas dos redes están representadas en la figura 40 (b).
- c) La red de control de la falla, que puede verse en la

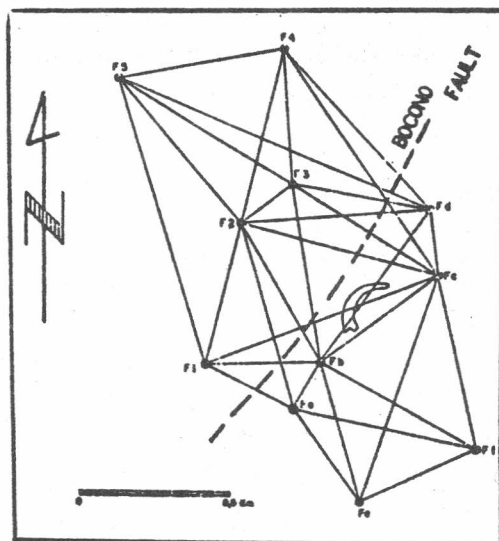


Fig. 40 (a)

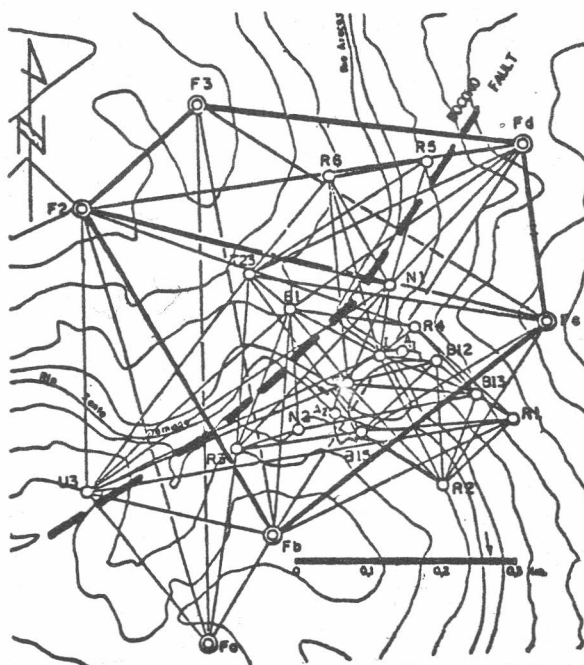


Fig. 40(b)

figura 40(a).

Las estaciones de observación construidas en cada punto son similares a las instaladas en la red de Mucubaji. Las medidas realizadas en 1973, 1974-75 y 1979 en la red de la presa, cuyo doble Arco de concreto se encuentra directamente frente a la línea de la falla, han permitido observar deformaciones en su estructura; las componentes de movimiento y deformación son en este caso altamente significativas como puede verse en la figura 41. Las coordenadas y las precisiones obtenidas en la red de la falla y en el pentágono quedan recogidas en las tablas adjuntas.

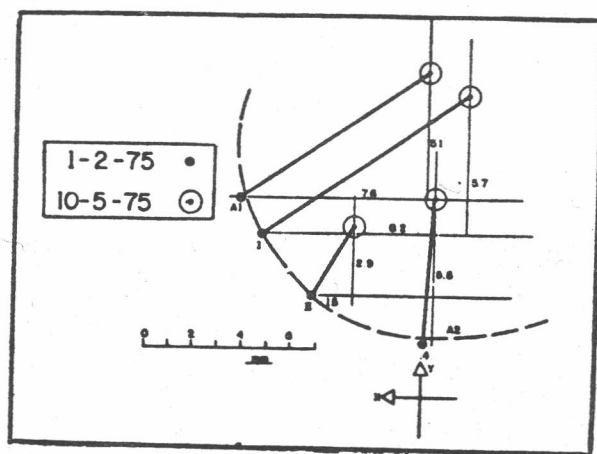


Fig. 41

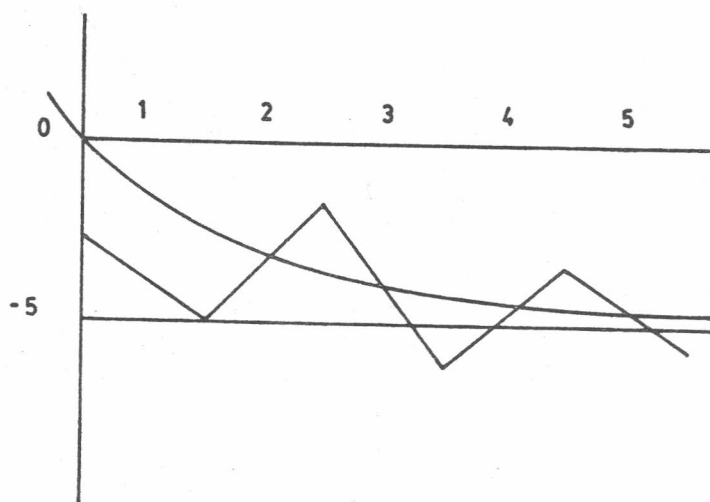
TABLA I. Medida de doble distancia en el pentágono

D	1	2	H	D - Hor.
$F_b - F_d$	656.624	656.627	656.6255	656.606
$F_b - F_c$	690.599	690.604	690.6015	487.530
$F_b - F_2$	509.092	509.100	509.0960	508.827
$F_b - F_3$	580.804	580.806	580.8050	580.749
$F_2 - F_c$	667.522	667.527	667.5245	666.427
$F_2 - F_d$	627.080	627.087	627.0835	626.978
$F_2 - F_3$	202.222	202.220	202.2210	202.044
$F_3 - F_c$	527.926	527.927	527.9265	571.018
$F - F_d$	465.020	469.023	465.0215	465.012
$F_d - F_c$	266.246	266.245	266.2455	261.551

TABLA II. Coordenadas y precisión de la red de la falla

	X	$\pm M_x(\text{mm})$	Y	$\pm H_y(\text{mm})$
F_a	9818.471	1.9	10023.178	1.3
F_b	10000.000	0	10000.000	0
F_c	10457.216	2.8	10169.259	2.6
F_d	10656.609	1.7	10000.000	0
F_e	9800.972	2.7	10449.179	3.2
F_f	10097.675	2.7	10625.525	2.9
F_1	9741.673	2.3	9654.599	2.2
F_2	10226.119	2.1	9544.175	1.4
F_3	10420.469	2.0	9599.408	1.4
F_4	10904.227	2.9	9101.358	2.8
F_5	10383	1.7	8909.294	3.3

Para terminar el estudio de las redes geodésicas de Miti-
sus veamos el modelo de cálculo punto por punto recientemente
aplicado y para ello representamos 5 iteraciones típicas
en x del punto B-12 (figura 42). Según lo expuesto por el
Dr. Linkwitz en la segunda parte de este cursillo, en el cál-
culo por iteraciones son necesarias 8 repeticiones para obtener
un valor satisfactorio; sin embargo, es posible llegar antes a
una convergencia. Teniendo en cuenta que las iteraciones llegan
a un punto definitivo final y que la función probable de las me-
didas es una hipérbola, el valor definitivo será la asíntota.
En virtud de esto y a fin de abreviar el cálculo, introducimos
un modelo, ya que en la compensación por mínimos cuadrados
de esta curva hiperbólica se llega a una expresión de la asín-
tota. La prueba definitiva de lo que acabamos de exponer es que
cuando tengamos compensada toda la red punto por punto, coorde-
nada por coordenada, el modelo medido o, por lo menos la geome-
tría medida a través de los ángulos o de las distancias, tiene
que ser completamente congruente con los puntos compensados. De



Fíq. 42

esta forma se calcula, de las coordenadas compensadas por iteración con el modelo de hipérbola, asíntota en este caso, simplemente los ángulos compensados y se comparan con los medidos en el campo. Hasta ahora nunca se han encontrado discrepancias relevantes.

Se ha observado que probablemente éste es el mejor método, en zonas de inestabilidad, tanto tectónica como sísmica, para obtener una reproducción geométrica de la medición instantánea dentro de las coordenadas de la red. Además, dado que hemos partido de coordenadas compensadas, se obtiene a través de la iteración, debido a la vecindad de la parte diferencial, un acercamiento a la asíntota indicado por la línea en zig zag.

3. En ARACAY tenemos una red geodésica completamente explorada y con las estaciones de observación construidas pero que aún no hemos medido.

4. El proyecto YACAMBU consiste en dos estructuras: una presa de concreto, en doble arco, de 150 m de altura y un túnel de 26 km de longitud a fin de transportar agua desde el río Yacambu, a través de los Andes, hacia el norte. Este túnel atraviesa la zona de influencia de la falla de Bocono por lo que, tal como preveían los científicos que advirtieron la necesidad de encontrar un método adecuado de atravesar esta zona tan fracturada, el proyecto fracasó abandonándose la obra después de 6 km construidos. El motivo es claro, ya que en la zona de la falla el granito está pulverizado por la presión y el trabajo efectuado por los terremotos ocurridos a lo largo de millones de años; esto dio lugar a derrumbamientos de la zona ya excavada por lo que se avanzó aplicando estructuras de hormigón en forma de bóveda, pero más adelante se produjeron filtraciones de agua que no pudieron ser controladas.

A lo largo de la proyección curva del túnel se instaló una

red geodésica, combinación típica trilateración-triangulación, que fue observada en dos épocas: 1973 y 1975. En cada una de estas campañas se midieron 45 distancias, para lo que se empleó un "electrotape", y 76 ángulos, con lo que se obtuvieron, por lo tanto, 121 ecuaciones de observación con 34 incógnitas. En la figura 43 puede verse esta red geodésica así como los vectores diferencia 1973-1975. Estas diferencias en las coordenadas son significativas en orden a determinar las posibles deformaciones de la corteza terrestre producidas por la falla de Bocoño, en comparación con la precisión de las coordenadas ya que, como puede verse en la tabla adjunta, el máximo valor de la variación de la coordenada x es de 52 mm en el punto 6 y de 47 mm en la coordenada y del punto 10; es decir, el máximo vector diferencia corresponde al punto 6 con un valor de 63 mm, mientras

RESULTADOS DE LA COMPUTACION DE LA RED DE YACAMBU

P	1975 - 1973			1973		1975	
	x (mm)	y (mm)	D (mm)	+ Mx (mm)	+ My (mm)	+ Mx (mm)	+ My (mm)
1	44	-14	46	27	24	29	26
2	35	-15	38	27	22	29	23
3	45	-28	53	26	22	28	23
4	41	-31	51	25	21	28	23
5	26	-27	37	27	17	29	19
6	52	-36	63	22	20	24	23
7	49	-27	56	21	21	23	22
8	-21	20	29	19	20	22	20
9	-37	11	38	22	18	24	21
10	-31	47	56	22	24	24	25
11	-24	40	47	20	22	21	25
12	-43	33	54	21	19	24	20
13	-19	9	21	28	16	31	18
14	7	4	8	31	25	34	27
15	-1	12	12	25	19	28	21
16	--	--	--	--	--	--	--
17	-30	19	35	36	32	36	33

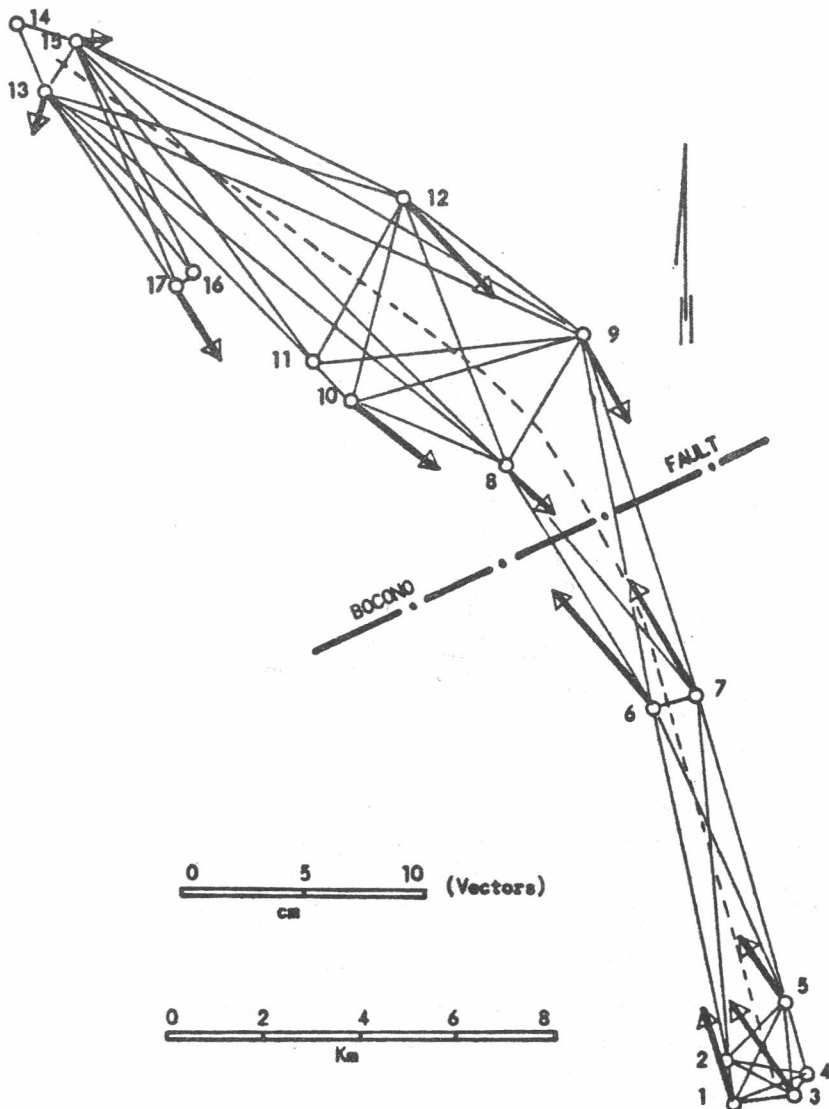


Fig. 43

que su precisión es del orden de los ± 25 mm.

5. A través de la falla del PILAR se ha proyectado una gigantesca red de 60 x 50 km de extensión, la mayor de las planeadas por nosotros, pero que aún no ha podido ser observada ya que pensábamos efectuar la medición de las distancias con un Láser AGA modelo 8, pero al utilizarse en Mucubaji estallaron los cuarzos de transmisión de los que no hay repuestos. Esperamos encontrar en un futuro próximo la solución a este problema.

6. Hay, además, una serie de redes adicionales sin ninguna vinculación con las anteriores a lo largo de la falla de Bococono entre la frontera de Colombia y la zona del Pilar. Todas ellas han sido exploradas pero no medidas.

En esta última parte vamos a ver cuál es el futuro de la Geodesia Neotectónica y la forma de incorporar las técnicas espaciales en la detección de movimientos de placas tectónicas y de deformaciones de la corteza terrestre.

Como hemos visto, la Geodesia Clásica nos permite el control de desplazamientos a lo largo de zonas inestables (fallas, volcanes, subsidencias, ...) con una labor que continuará perfeccionándose con nuevos instrumentos y métodos tanto de medida como de modelaje y cálculo; sin embargo, el problema se presenta cuando tratamos de estudiar grandes extensiones (red de la obra de la presa de Guri) o interrelacionar redes en las que hay una fuerte discrepancia entre sus extensiones y la distancia que las separa. Es evidente que las redes nacionales no son el vehículo adecuado ya que, a pesar de que sus errores relativos generalmente son pequeños, los absolutos llegan en ocasiones a los 30 cm, mientras que en los trabajos que hemos descrito nos movemos en el orden de los milímetros. Estos son los motivos de que se le haya presentado a la Geodesia el reto de determinar un sistema global de referencia que nos permita inde-

pendizar los trabajos geodésicos de la superficie terrestre; la respuesta se encuentra en las técnicas VLBI, ya que con tres estaciones bien distribuidas, utilizando la recepción de las radioondas emitidas por los cuásares, que han demostrado una estabilidad extraordinaria, como elemento de referencia extraterrestre y combinándola con el movimiento del polo, obtenemos un sistema de referencia inercial.

Recordemos las redes geodésicas de Mucubaji, Mitisus, Aracay, Yacambu,..., situadas a lo largo de las líneas de separación de las placas tectónicas del Caribe y Sudamericana; vamos a tratar de interconectarlas mediante la aplicación de VLBI, láseres Tierra-Satélite y GPS (en fase de experimentación).

El proyecto SERIES utiliza en lugar de la radiación emitida por cuásares la proveniente de un satélite artificial combinándola en igual forma que el método VLBI para la determinación, a través de un efecto Dop-

pler, de la posición de un punto en tierra. En mediciones efectuadas de forma continua durante 8 días se han obtenido valores revolucionarios en comparación con resultados anteriores:

150 m con un error medio de 5 cm

21 km con un error medio de 2 ± 3 cm

se observa que si tomamos este último valor como relativo hemos llegado a la exactitud de las medidas geodésicas clásicas. En la gráfica reflejada en la figura 44, que tiene en cuenta la propagación de errores, se puede ver que a una distancia de 300 km le corresponde una discrepancia de aproximadamente 35 cm.

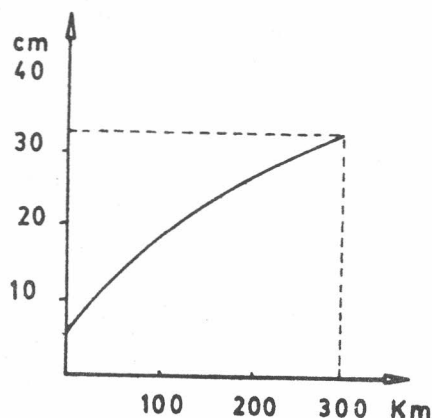


Fig. 44

Para terminar, clasifiquemos las redes en locales (rango intermedio), de rango regional, con extensiones entre 100 y 200 km, continentales y el sistema global. Como muestra el diagrama de la figura 45, el flujo de información debe ser en todas las direcciones; tengamos además en cuenta que siempre habrá una zona de superposición. Si tenemos sistemas de redes geodésicas asociadas a fallas, como los venezolanos y californianos, y sistemas continentales, como el andino, tendremos un flujo de datos en la forma que esquemáticamente damos en la figura 46. Esto puede, finalmente, proyectarse a nivel global (diagrama de la figura 47) interconectándolo dentro del gran marco del sistema de referencia inercial. La intercorrelación se hará mediante la tecnología expuesta anteriormente.

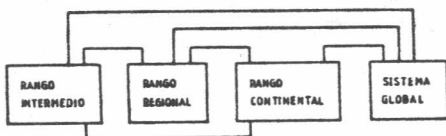


Fig. 45

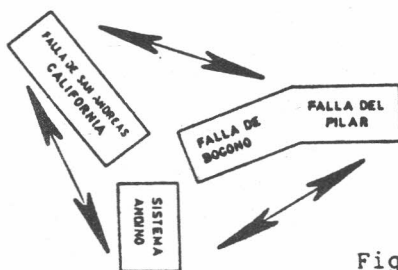


Fig. 46

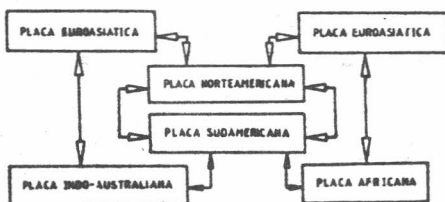


Fig. 47

PUBLICACIONES DEL INSTITUTO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA
DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE — MADRID

(Antes Seminario de Astronomía y Geodesia)

- 1.—Efe­mé­ri­des de 63 Asteroides para la oposición de 1950 (1949).
- 2.—E. PAJARES: Sobre el cálculo gráfico de valores medios (1949).
- 3.—J. PENSADO: Or­bi­ta del sistema visual σ^2 U Maj (1950).
- 4.—Efe­mé­ri­des de 79 Asteroides para la oposición de 1951 (1950).
- 5.—J. M. TORROJA: Corrección de la ór­bi­ta del Asteroide 1395 "Aribeda" (1950).
- 6.—R. CARRASCO y J. M. TORROJA: Rectificación de la ór­bi­ta del Asteroide 1371 "Resi" (1971).
- 7.—J. M. TORROJA y R. CARRASCO: Rectificación de la ór­bi­ta del Asteroide 1560 (1942 XB) y efe­mé­ri­des para la oposición de 1951 (1951).
- 8.—M. L. SIEGRIST: Or­bi­ta provisional del sistema visual Σ 728-32 Orionis (1951).
- 9.—Efe­mé­ri­des de 79 Asteroides para la oposición de 1952 (1951).
- 10.—J. PENSADO: Or­bi­ta provisional de Σ 1883 (1951).
- 11.—M. L. SIEGRIST: Or­bi­ta provisional del sistema visual Σ 2052 (1952).
- 12.—Efe­mé­ri­des de 88 Asteroides para la oposición de 1953 (1952).
- 13.—J. PENSADO: Or­bi­ta de ADS 9380 = Σ 1879 (1952).
- 14.—F. ALCÁZAR: Aplicaciones del Radar a la Geodesia (1952).
- 15.—J. PENSADO: Or­bi­ta de ADS 11897 = Σ 2438 (1952).
- 16.—B. RODRÍGUEZ-SALINAS: Sobre varias formas de proceder en la determinación de períodos de las marcas y predicción de las mismas en un cierto lugar (1952).
- 17.—R. CARRASCO y M. PASCUAL: Rectificación de la ór­bi­ta del Asteroide 1528 "Conrada" (1953).
- 18.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Or­bi­ta de ADS 1709 = Σ 228 (1953).
- 19.—J. BALTÁ: Recientes progresos en Radioastronomía. Radiación solar hiperfrecuente (1953).
- 20.—J. M. TORROJA y A. VÉLEZ: Corrección de la ór­bi­ta del Asteroide 1452 (1938 DZ₁) (1953).
- 21.—J. M. TORROJA: Cálculo con Cracovianos (1953).
- 22.—S. AREND: Los polinomios ortogonales y su aplicación en la representación matemática de fenómenos experimentales (1953).
- 23.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Determinación de los instantes de los contactos en el eclipse total de Sol de 25 de febrero de 1952 en Cogo (Guinea Española) (1954).
- 24.—J. PENSADO: Or­bi­ta de la estrella doble Σ 2 (1954).
- 25.—J. M. TORROJA: Nueva ór­bi­ta del Asteroide 1420 "Radcliffe" (1954).
- 26.—J. M. TORROJA: Nueva ór­bi­ta del Asteroide 1557 (1942 AD) (1954).
- 27.—R. CARRASCO y M. L. SIEGRIST: Rectificación de la ór­bi­ta del Asteroide 1290 "Alber­tine" (1954).
- 28.—J. PENSADO: Distribución de los períodos y excentricidades y relación período-excentricidad en las binarias visuales (1955).
- 29.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Nueva ór­bi­ta del Asteroide 1372 "Haremarí" (1955).
- 30.—M. DE PASCUAL: Rectificación de la ór­bi­ta del Asteroide 1547 (1929 CZ) (1955).
- 31.—J. M. TORROJA: Or­bi­ta del Asteroide 1554 "Yugoslavia" (1955).
- 32.—J. PENSADO: Nueva ór­bi­ta del Asteroide 1401 "Lavonne" (1956).
- 33.—J. M. TORROJA: Nuevos métodos astronómicos en el estudio de la figura de la Tierra (1956).
- 34.—D. CALVO: Rectificación de la ór­bi­ta del Asteroide 1466 "Mündleira" (1956).
- 35.—M. L. SIEGRIST: Rectificación de la ór­bi­ta del Asteroide 1238 "Predappia" (1956).

- 36.—J. PENSADO: Distribución de las inclinaciones y de los polos de las órbitas de las estrellas dobles visuales (1956).
- 37.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Resultados de la observación del eclipse total de Sol de 30 de junio de 1954 en Sydkoster (Suecia) (1957).
- 38.—ST. WIERZBINSKI: Solution des équations normales par l'algorithme des cracoviens (1958).
- 39.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Rectificación de la órbita del Asteroide 1192 "Prisma" (1958).
- 40.—M. LÓPEZ ARROYO: Sobre la distribución en longitud heliográfica de las manchas solares (1958).
- 41.—F. MÚGICA: Sobre la ecuación de Laplace (1958).
- 42.—F. MARTÍN ASÍN: Un estudio estadístico sobre las coordenadas de los vértices de la triangulación de primer orden española (1958).
- 43.—ST. WIERZBINSKI: Orbite améliorée de $h\ 4530 = \gamma\ Cen = Cpd - 48^\circ$, 4965 (1958).
- 44.—D. CALVO BARRENA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1164 "Kobolda" (1958).
- 45.—M. LÓPEZ ARROYO: El ciclo largo de la actividad solar (1959).
- 46.—F. MÚGICA: Un nuevo método para la determinación de la latitud (1959).
- 47.—J. M. TORROJA: La observación del eclipse de 2 de octubre de 1959 desde El Aaiun (Sahara) (1960).
- 48.—J. M. TORROJA, P. JIMÉNEZ-LANDI y M. SOLÍS: Estudio de la polarización de la luz de la corona solar durante el eclipse total de Sol del día 2 de octubre de 1959 (1960).
- 49.—E. PAJARES: Sobre el mecanismo diferencial de un celóstato (1960).
- 50.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Sobre la diferencia entre los radios vectores del elipsoide internacional y el esferoide de nivel (1960).
- 51.—J. M. TORROJA: Resultado de las observaciones del paso de Mercurio por delante del disco solar del 7 de noviembre de 1960 efectuadas en los observatorios españoles (1961).
- 52.—F. MÚGICA: Determinación de la latitud por el método de los verticales simétricos (1961).
- 53.—M. LÓPEZ ARROYO: La evolución del área de las manchas solares (1962).
- 54.—F. MÚGICA: Determinación simultánea e independiente de la latitud y longitud mediante verticales simétricos (1962).
- 55.—P. DÍEZ-PICAZO: Elementos de la órbita de la variable eclipsante V 499 Scorpionis (1964).
- 56.—J. M. TORROJA: Los Observatorios Astronómicos en la era espacial (1965).
- 57.—F. MARTÍN ASÍN: Nueva aportación al estudio de la red geodésica de primer orden española y su comparación con la red compensada del sistema europeo (1966).
- 58.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ: La Luz Zodiacal. Luz del espacio interplanetario (1966).
- 59.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Variaciones de las coordenadas geodésicas de los vértices de una red, por cambio de elipsoide de referencia (1966).
- 60.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ y R. DUMONT: Fotometría absoluta de la raya verde y del continuo atmosférico en el Observatorio Astronómico del Teide (Tenerife), de enero de 1964 a julio de 1965 (1967).
- 61.—M. REGO: Estudio del espectro de la estrella 31 Aql. en la región $\lambda\lambda\ 4000-6600\ \text{\AA}$ (1969).
- 62.—C. MACHÍN: Mareas terrestres (1969).
- 63.—J. M. TORROJA: La estación para la observación de satélites geodésicos de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid (1969).
- 64.—M. J. SEVILLA: Reducción automática de posiciones de estrellas (1970).
- 65.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid en 1969 (1970).
- 66.—M. J. SEVILLA: Los cálculos de estación en triangulación espacial (1970).
- 67.—MANUEL E. REGO: Determinación de las abundancias de los elementos en la atmósfera de la estrella de alta velocidad 31 Aql. (1970).
- 68.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Análisis cualitativo del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1971).
- 69.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1970 (1971).

- 70.—R. VIEIRA y R. ORTIZ: Descripción de un aparato para medida de coordenadas (1971).
- 71.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1971 (1972).
- 72.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Observación y estudio teórico del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1972).
- 73.—M. J. SEVILLA: Cálculo de las constantes de distorsión y parámetros del disco obturador para cámaras balísticas (1973).
- 74.—R. PARRA y M. J. SEVILLA: Cálculo de efemérides y previsiones de pasos de satélites geodésicos (1973).
- 75.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Resultado de las observaciones de α Peg efectuadas desde el satélite europeo TDI (1973).
- 76.—E. SIMONNEAU: Problemas en la determinación de abundancias de elementos en las estrellas en condiciones de equilibrio termodinámico local y alejadas del equilibrio termodinámico local (1974).
- 77.—J. ARANDA: Construcción de modelos de estructura interna para estrellas en la secuencia principal inicial (1974).
- 78.—R. ORTIZ, M. J. SEVILLA y R. VIEIRA: Estudio de la calibración, técnica de medida y automatización de datos en un comparador para medidas de placas estelares (1974).
- 79.—M. J. SEVILLA: Método autocorrector para el cálculo de direcciones de satélites geodésicos y análisis de los errores en la restitución de un arco de órbita (1974).
- 80.—M. A. ACOSTA, R. ORTIZ y R. VIEIRA: Diseño y construcción de un fotómetro fotoeléctrico para la observación de ocultaciones de estrellas por la Luna (1974).
- 81.—T. J. VIVES, C. MORALES, J. GARCÍA-PELAYO y J. BARBERO: Fotometría fotográfica UBV del cúmulo galáctico King 19 (1974).
- 82.—R. ORTIZ y R. VIEIRA: Control automático en posición y tiempo de los sistemas de obturación de las cámaras de observación de satélites geodésicos (1974).
- 83.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1972 y 1973 (1974).
- 84.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA y M. REGO: α CrB en el ultravioleta lejano (1975).
- 85.—J. M. TORROJA, R. VIEIRA, R. ORTIZ y M. J. SEVILLA: Estudio de mareas terrestres en España (1975).
- 86.—M. J. SEVILLA y R. PARRA: Levantamiento gravimétrico de Lanzarote (1975).
- 87.—P. KUNDANMAL SUKHWANI: Modelos teóricos de curvas de luz. Su aplicación al sistema β Lyrae (1975).
- 88.—M. J. SEVILLA: Coordenadas astronómicas y geodésicas. Desviación relativa de la vertical (1975).
- 89.—C. TEJEDOR: Fotometría fotoeléctrica R. G. U. del cúmulo galáctico IC 2581 (1976).
- 90.—M. J. SEVILLA: Nuevos coeficientes para la reducción automática de posiciones de estrellas (1976).
- 91.—M. REGO: Técnicas observacionales en espectroscopía astrofísica (1976).
- 92.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud por distancias cenitales de la polar, método de Littrow (1976).
- 93.—T. J. VIVES: Determinación fotométrica del tipo espectral de la componente desconocida de una estrella binaria eclipsante (1976).
- 94.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Contraste y determinación por métodos astrofísicos de fuerzas de oscilador (1977).
- 95.—M. J. SEVILLA y R. CHUECA: Determinación de acimutes por observación de la Polar. Método micrométrico (1977).
- 96.—JOSÉ M. GARCÍA-PELAYO: Fotometría R G U en un campo del anticentro galáctico, cerca del NGC 581 (1977).
- 97.—JOSÉ M. GARCÍA-PELAYO: Datos fotométricos de 2.445 estrellas estudiadas en la región de Casiopea, entre los cúmulos abiertos Trumpler 1 y NGC 581 (1977).
- 98.—PREM K. SUKHWANI y RICARDO VIEIRA: Spectral Analysis of Earth Tides (1977).
- 99.—JOSÉ M. TORROJA y RICARDO VIEIRA: Earth Tides in Spain. Preliminary results (1977).

(Continúa en la cuarta de cubierta)

- 100.—PREM K. SUKHWANI y RICARDO VIEIRA: Three different methods for taking in account the gaps in spectral analysis of Earth Tides records (1978).
- 101.—R. VIEIRA: Mareas terrestres (1978).
- 102.—M. J. SEVILLA y A. NÚÑEZ: Determinación de la longitud por el método de Mayer. Programas de cálculo automático (1979).
- 103.—M. J. SEVILLA y A. NÚÑEZ: Determinación de la latitud por el método de Sterneck. Programas de cálculo automático (1979).
- 104.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud y la longitud por el método de alturas iguales. Programas de cálculo automático (1979).
- 105.—P. K. SUKHWANI y A. GIMÉNEZ: Corrección de efectos atmosféricos para imágenes tomadas desde satélites Landsat (1979).
- 106.—M. J. SEVILLA: Inversión de matrices simétricas en el método de mínimos cuadrados (1979).
- 107.—A. GIMÉNEZ: Análisis de la curva de luz del sistema binario eclipsante S Velorum (1979).
- 108.—M. J. SEVILLA: Determinación del acimut de una referencia por observación de la estrella polar. Programa de cálculo automático (1979).
- 109.—M. J. SEVILLA: El sistema IAU (1976) de constantes astronómicas y su repercusión en la reducción de posiciones de estrellas (Primera parte) (1980).
- 110.—M. J. SEVILLA y R. PARRA: Determinación de la latitud por el método de Horrebow-Talcott. Programas de Cálculo Automático (1980).
- 111.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud y la longitud por fotografías cenitales de estrellas (1980).
- 112.—R. VIEIRA y M. OREJANA: Comunicaciones presentadas en las XLI y XLII Jornadas del Grupo de Trabajo de Geodinámica del Consejo de Europa. Luxemburgo (1979-80).
- 113.—M. J. SEVILLA: Sobre un método de cálculo para la resolución de los problemas geodésicos directo e inverso (1981).
- 114.—R. VIEIRA, J. M. TORROJA, C. TORO, F. LAMBAS, M. OREJANA y P. K. SUKHWANI: Comunicaciones presentadas en el IX Symposium Internacional de Mareas Terrestres. Nueva York (1981).
- 115.—M. A. MONTULL, M. J. SEVILLA y A. GONZÁLEZ-CAMACHO: Aplicación de la V. L. B. I. al estudio del movimiento del Polo (1981).
- 116.—A. GONZÁLEZ-CAMACHO y M. J. SEVILLA: Algunas relaciones entre diferentes ejes que se consideran en la rotación de la Tierra (1981).
- 117.—R. VIEIRA, F. LAMBAS y E. GIMÉNEZ: Modificaciones realizadas en un gravímetro LaCoste Romberg mod. G para su utilización en registro continuo de la gravedad (1981).
- 118.—R. VIEIRA: La microred de mareas gravimétricas del Sistema Central (1981).
- 119.—J. M. TORROJA y R. VIEIRA: Informe sobre el desarrollo del programa de investigación sobre mareas terrestres en el último bienio (1981).
- 120.—F. LAMBAS y R. VIEIRA: Descripción, estudio de la precisión y aplicaciones geodésicas y geofísicas de los nuevos niveles de lectura electrónica (1981).
- 121.—M. J. SEVILLA: Programación del método de la cuerda (1981).
- 122.—J. M. TORROJA: Historia de la Ciencia Árabe. Los Sistemas Astronómicos (1981).
- 123.—M. J. SEVILLA y R. VIEIRA: Comunicaciones presentadas en la Sesión Científica de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, celebrada el día 13 de enero de 1982 (1982).
- 124.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Aplicación del método de colocación a la reducción de placas fotográficas de estrellas (1982).
- 125.—M. J. SEVILLA y A. G. CAMACHO: Deformación rotacional de una tierra elástica (1982).
- 126.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Obtención de las medidas de la precisión en la determinación de la latitud y la longitud por fotografías cenitales de estrellas (1982).
- 127.—M. J. SEVILLA, A. G. CAMACHO y P. ROMERO: Comunicaciones presentadas en la IV Asamblea Nacional de Astronomía y Astrofísica. Santiago de Compostela (1983).
- 128.—M. J. SEVILLA: El sistema IAU (1976) de constantes astronómicas y su repercusión en la reducción de posiciones de estrellas (Segunda parte) (1983).

(Continúa en la segunda de cubierta)

- 129.—M. J. SEVILLA: Geodesia por satélites y navegación (1983).
- 130.—L. GARCÍA ASENSIO, A. G. CAMACHO, P. ROMERO y M. J. SEVILLA: Comunicaciones presentadas en la V Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica (1983).
- 131.—M. J. SEVILLA: Anomalías de la gravedad basadas en el sistema geodésico de referencia 1980 (1983).
- 132.—J. M. TORROJA: Historia de la Física hasta el siglo XIX. La Mecánica Celeste (1983).
- 133.—A. G. CAMACHO y M. J. SEVILLA: The Molodensky Problem for an homogeneous liquid core (1984).
- 134.—J. M. TORROJA: La obra astronómica de Alfonso X El Sabio (1984).
- 135.—H. MORITZ: Sistemas de referencia en Geodesia (1984).
- 136.—H. MORITZ: Rotación de la Tierra (1984).
- 137.—A. G. CAMACHO y M. J. SEVILLA: Autofrecuencias del movimiento del Polo para un modelo de Tierra de tipo Jeffreys Molodensky (1984).
- 138.—J. M. TORROJA: Nuevas definiciones en el problema de la medida del tiempo (1984).
- 139.—M. J. SEVILLA: Astronomía Geodésica (1984).
- 140.—M. J. SEVILLA y M. D. MARTÍN: Diseño de una Microrred en la Caldera del Teide para el estudio de deformaciones de la corteza en la zona (1986).
- 141.—R. VIEIRA, C. DE TORO y V. ARAÑA: Estudio Microgravimétrico en la Caldera del Teide (1986).
- 142.—M. J. SEVILLA, M. D. MARTÍN y A. G. CAMACHO: Análisis de Datos y Compensación de la primera campaña de observaciones en la Caldera del Teide (1986).
- 143.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Hamiltonian Formulation of the polar motion for an elastic earth's model (1986).
- 144.—P. ROMERO y M. J. SEVILLA: The Sasao-Okubo-Saito equations by Hamilton Theory. First Results (1986).
- 145.—R. VIEIRA, M. J. SEVILLA, A. G. CAMACHO y M. D. MARTÍN: Geodesia de precisión aplicada al control de movimientos y deformaciones en la Caldera del Teide (1986).
- 146.—R. VIEIRA, J. M. TORROJA, C. DE TORO, B. DUCARME, J. KAARIAINEN, E. MEGÍAS y J. FERNÁNDEZ: Comunicaciones presentadas en el X Symposium Internacional de Mareas Terrestres. Madrid, 1985 (1986).
- 147.—M. J. SEVILLA, A. G. CAMACHO y P. ROMERO: Comunicaciones presentadas en el X Symposium Internacional de Mareas Terrestres. Madrid, 1985 (1986).
- 148.—M. J. SEVILLA: Formulación de modelos matemáticos en la compensación de redes Geodésicas: III Curso de Geodesia Superior (1986).
- 149.—H. LINKWITZ: Compensación de grandes redes geodésicas: III Curso de Geodesia Superior (1986).